

МРНТИ: 41.03.02; 29.01.45

Б.А. Мукушев<sup>1</sup>, А.Б. Мукушев<sup>2</sup>, М.Б. Таширова<sup>3</sup>, Д.Н. Аширбаева<sup>3</sup>, К.С. Калхаман<sup>3</sup>,  
Г.Ж. Салмырза<sup>3</sup>, С.М. Сахиева<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан*

<sup>2</sup> *АО «Финансовая академия», Нур-Султан, Казахстан*

<sup>3</sup> *Кызылординский университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан*  
(E-mail: mba-55@mail.ru)

### Реализация вычислительных экспериментов для изучения небесной механики на основе энергетического подхода

**Аннотация:** статья посвящена раскрытию преимуществ методов вычислительной физики. Одним из этих важных методов является компьютерный (или вычислительный) эксперимент. Посредством вычислительных экспериментов в среде ППП MathCad были изучены энергетические характеристики небесных тел. В статье представлены в качестве результатов компьютерных экспериментов графики, описывающие потенциальные энергии взаимодействия между планетой и телом, системой «Земля-Луна» и космическим аппаратом, и потенциал Солнечной системы. Созданы двумерные и трехмерные графики потенциальной энергии космических систем, состоящих из двух или более небесных тел.

**Ключевые слова:** вычислительная физика, компьютерный эксперимент, пакет прикладных программ MathCad, график потенциальной энергии, двумерный и трехмерный график, потенциальная яма.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2021-136-3-25-34>

Поступила: 30.07.2021/ Допущена к опубликованию: 10.09.2021

**Введение.** В течение нескольких веков физические явления и объекты исследовались с двух позиции физической науки: теоретической и экспериментальной. Сегодня физические процессы изучаются не только посредством методов теоретической и экспериментальной физики, но также и вычислительной физики. А компьютерные (или вычислительные) эксперименты являются основными инструментами вычислительной физики.

С помощью вычислительных экспериментов ученые-физики стали исследовать физические явления с применением достаточно реальных компьютерных моделей, недоступных для аналитических методов теоретической физики. Это позволяло получать более достоверные результаты, чем при использовании методов теоретической физики. С другой стороны, компьютерный эксперимент может быть проведен в условиях, недоступных для обычных (натурных) экспериментов. Поэтому вычислительный эксперимент широко применяется в физике твердого тела, плазмы, неидеального газа и жидкости, астрофизике и космологии и т.д.[1].

Для реализации вычислительных экспериментов нужно придерживаться следующей последовательности действий: создание физической модели исследуемого объекта - построение математической модели объекта –создание и реализация компьютерной программы – оформление результатов эксперимента[2].

Результатами компьютерного эксперимента могут быть: вычисление параметров физического объекта, целостное изучение физических объектов и явлений, построение графика зависимости между физическими величинами, нахождение траектории движения частицы, моделирование физических явлений в виде анимации (имитационное моделирование) и др. Математическая модель создается посредством численных методов науки математики, в

качестве языка программирования можно использовать Microsoft Excel, MathCAD, Pascal, C++ , Python и др [3].

Мы рассмотрим некоторые компьютерные эксперименты, предназначенные для изучения закономерностей небесной механики на основе энергетического подхода. Нами использован в качестве языка программирования пакет прикладных программ MathCAD.

**Энергетический подход к изучению закономерностей взаимодействий небесных тел.** Все небесные тела между собой взаимодействуют, точнее, взаимно притягиваются друг другу благодаря их гравитационным полям. Известно, что все взаимодействующие тела обладают потенциальными энергиями. Потенциальная энергия системы взаимодействующих тел – это физическая величина, численно равная работе, совершаемой силами взаимодействия при взаимном удалении всех тел системы из данного расположения на бесконечное расстояние друг от друга.

Рассмотрим систему, состоящую из двух точечных тел ( $m$  и  $M$ ) на расстоянии  $r$  друг от друга. Для расчета гравитационной энергии  $U(r)$  нужно вычислить работу силы тяготения по удалению двух тел на бесконечно большое расстояние друг от друга. Поскольку сила тяготения различна в разных точках, то для вычисления работы ее на всем перемещении нужно просуммировать, т.е. проинтегрировать, работы на элементарных, бесконечно малых перемещениях.

Обозначим работу перемещения тела из данного положения в бесконечность через  $A_{r,\infty}$  и вычислим потенциальную энергию данной системы:

$$U(r) = A_{r,\infty} = - \int_r^{\infty} F dr = -GmM \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -G \frac{mM}{r} \quad (1)$$

Для любой системы тел, находящихся на конечных расстояниях, гравитационная энергия отрицательна, а для бесконечно удалённых, то есть для не взаимодействующих тел, гравитационная энергия равна нулю. Отрицательный знак гравитационной энергии сам по себе означает, что сила тяготения мешает взаимному удалению тел, является силой сопротивления по отношению к их взаимному удалению. Работа ее в таких условиях отрицательна. Выражение (1) носит название «энергия связи» взаимодействующих двух тел.

Энергия связи – одно из удивительных универсальных понятий, связывающее воедино физические взаимодействия. Отличительным свойством энергии связи системы является ее отрицательность. Отрицательность энергии тела означает, что оно находится в связанном состоянии с другим телом или телами. Чтобы «освободить» это тело из притяжения других тел, ему необходимо добавить некоторую энергию, с тем чтобы энергия тела увеличилась до нулевого уровня.

Принцип минимальной потенциальной энергии, широко применяющийся при исследовании устойчивости природных систем, напрямую связан с понятием энергии связи. Этот принцип гласит, что система будет находиться в устойчивом состоянии до тех пор, пока ее потенциальная энергия будет иметь минимальное значение по сравнению с другими возможными положениями системы. Для этого случая говорят, что тело или частица лежит на дне потенциальной «ямы» с глубиной в энергию связи. Следовательно, максимальная потенциальная энергия тела (или частицы) равна нулю, и это соответствует телам (или частицам), удаленным на бесконечно большое расстояние от других тел (частиц), когда они не тяготеют друг к другу, то есть тело или частица вырвались из потенциальной «ямы».

### Компьютерные эксперименты в среде ППП MathCAD[4-6].

**1 эксперимент.** Нужно построить посредством ППП MathCAD двумерный график потенциальной энергии тела  $m = 1$  кг в гравитационном поле Земли в зависимости от расстояния  $r$ . Масса Земли  $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг, радиус Земли  $R = 6,4 \cdot 10^6$  м., гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  н · м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>. Нужно считать плотность Земли постоянной. Следует воспользоваться формулой распределения потенциальной энергии гравитационного поля для однородной планеты в интервале  $0 \leq r \leq R : U(r) = \frac{GmM}{2R^3} (3R^2 - r^2)$ .

Необходимо найти значения потенциальной энергии этого тела в центре и на поверхности Земли.

*Физическая модель.* Рассмотрим изолированную систему, которая состоит из планеты с однородной плотностью и тела.

*Математическая модель.* Мы воспользуемся формулой (1), которая раскрывает зависимость потенциальной энергии системы от параметров, характеризующих взаимодействие между планетой и телом. Анализируя формулу (1) и условия данного эксперимента, мы придем к следующим выводам:

$U(R) = -G \frac{mM}{R}$  - потенциальная энергия тела для случая, когда он расположен на поверхности планеты.

$U(0) = -\frac{3GmM}{2R}$  - потенциальная энергия тела, когда оно находится в центре планеты.

*Создание и реализация компьютерной программы.* Физические величины и небольшую программу для вычисления потенциальной энергии системы «тело - Земля» напишем на языке MathCAD (Листинг 1).

$$\begin{aligned}
 M &:= 6 \cdot 10^{24} \text{ Масса Земли} & R &:= 6.4 \cdot 10^6 \text{ Радиус Земли} \\
 m &:= 1 & G &:= 6.67 \cdot 10^{-11} \\
 U(r) &:= \begin{cases} -G \cdot \frac{m \cdot M}{|r|} & \text{if } |r| \geq R \\ \left[ G \cdot \frac{m \cdot M}{R} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] \right] & \text{if } |r| < R \end{cases}
 \end{aligned}$$

Листинг 1

*Результаты эксперимента:* На рисунке 1 представлен график потенциальной энергии (или потенциальная яма) тел  $m = 1$  кг в зависимости от расстояния в гравитационном поле планеты. В центре планеты тело имеет потенциальную энергию  $U(0) = -\frac{3GmM}{2R} \approx -9,38 \cdot 10^7$  Дж, а на поверхности планеты  $U(R) = -G \frac{mM}{R} \approx -6,25 \cdot 10^7$  Дж. (ППП Mathcad имеет возможность вычисления значения потенциальной энергии на каждой точке графика). Поэтому эти параметры можно вычислить либо графически, либо аналитически.

**2 эксперимент.** а) Нужно построить посредством ППП MathCAD график потенциальной энергии тел  $m = 1$  кг в зависимости от расстояния в суммарном гравитационном поле Земли и Луны. б) Нужно найти значение минимальной работы, необходимой для перемещения тела массой  $m = 1$  кг с поверхности Земли на поверхность Луны.

*Физическая модель.* Известно, что расстояние между центрами Земли и Луны равно 60 радиусам Земли. Масса  $M_3$  (или  $M_1$ ) Земли больше массы  $M_Л$  (или  $M_2$ ) Луны в 81 раз. Считать, что при перемещении тела взаимное положение Луны и Земли не меняется.

Тело массой  $m$  необходимо перемещать все время в суммарном гравитационном поле Земли и Луны. На прямой, соединяющей центры Земли и Луны, есть точка  $C$  (рис. 2), в которой силы тяготения Земли и Луны уравниваются. Точка  $C$  делит весь путь тела  $m_0$  на две части. На первом участке от Земли до точки  $C$  сила тяготения суммарного гравитационного поля Земли и Луны направлена к Земле, на втором участке - от точки  $C$  до Луны - к Луне.

Очевидно, на первом участке необходимо совершать работу против сил тяготения, а на втором участке, достигнув точки  $C$ , тело начнет двигаться к Луне под действием суммарной силы тяготения, направленной к Луне. Следовательно, работа будет минимальной, если тело достигнет точки  $C$  с минимальной скоростью, необходимой для дальнейшего движения. Эту скорость, а значит, и кинетическую энергию тела в точке  $C$  можно считать равной нулю.

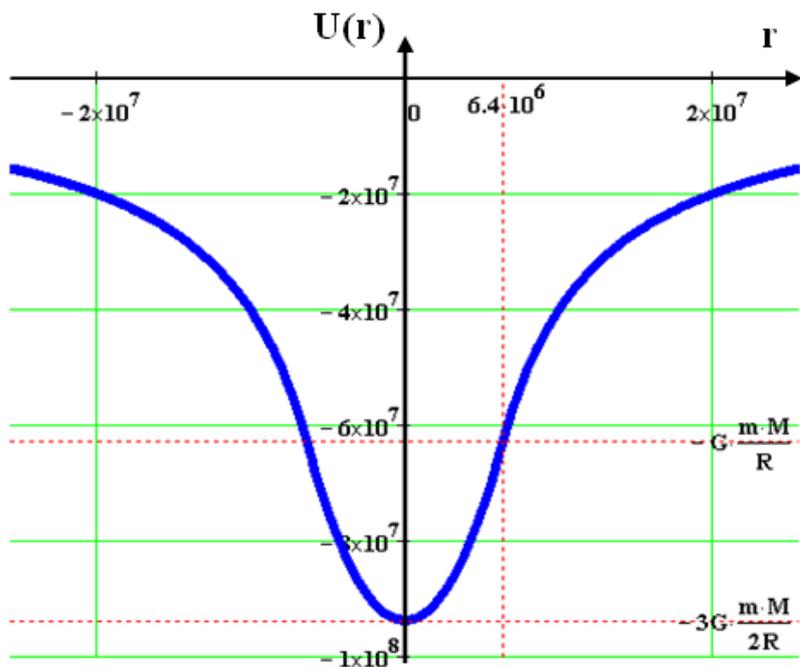


Рисунок 1 - График потенциальной энергии (или потенциальная яма) тел единичной массы в гравитационном поле планеты

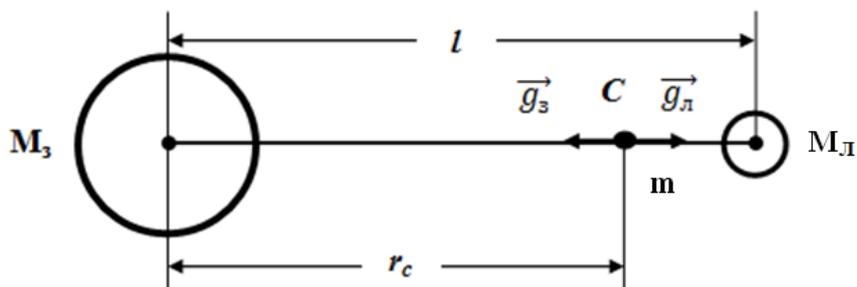


Рисунок 2 - Взаимное расположение Земли и Луны

Математическая модель. Известно, что модули векторов напряженности гравитационных полей Земли и Луны в точке  $C$  равны, то:  $g_3 = g_Л$

$$G \frac{M_3}{r_c^2} = G \frac{M_Л}{(l-r_c)^2} \text{ или } G \frac{81M_Л}{r_c^2} = G \frac{M_Л}{(60R_3-r_c)^2}$$

Решив эти уравнения, найдем:  $r_{1C} = 54R_3$ ;  $r_{2C} = 67,5R_3$ . Корень  $r_{2C} = 67,5R_3 > 60R_3$  не удовлетворяет условию задачи.

Значит,  $r_c = 54R_3 = 3,44 \cdot 10^6$  м.

Из принципа суперпозиции полей следует, что потенциал в каждой точке пространства

$$\varphi = \varphi_3 + \varphi_Л$$

где  $\varphi_3$  и  $\varphi_Л$  - потенциалы полей тяготения Земли и Луны в этой точке. Запишем эту формулу для прямой, соединяющей центры Земли и Луны

$$\varphi(r) = -G \frac{M_3}{r} - G \frac{M_Л}{l-r}$$

где  $r$  – расстояние от центра Земли до произвольной точки прямой, соединяющей центры Земли и Луны.

Используя последнее уравнение, напишем формулу потенциальной энергии системы «тело - Земля - Луна» для прямой, соединяющей центры Земли и Луны:

$$U(r) = m\varphi = -\frac{GmM_3}{r} - \frac{GmM_4}{l-r}$$

Создание и реализация компьютерной программы. Физические величины напишем на языке Mathcad. Составим небольшую программу для расчета потенциальной энергии системы «тело - Земля - Луна» (Листинг 2).

$$M_1 := 6 \cdot 10^{24} \text{ - Масса Земли} \quad M_2 := 7.35 \cdot 10^{22} \text{ - Масса Луны}$$

$$R := 6.4 \cdot 10^6 \text{ - Радиус Земли} \quad m := 1 \quad G := 6.67 \cdot 10^{-11}$$

$$l := 384.4 \cdot 10^6 \text{ - Расстояние центров Земли и Луны}$$

$$U(r) := \begin{cases} \left( -G \cdot \frac{m \cdot M_1}{|r|} - G \cdot \frac{m \cdot M_2}{|r-l|} \right) & \text{if } |r| \geq R \\ \left( -G \cdot \frac{m \cdot M_1}{R} \right) & \text{if } |r| < R \end{cases}$$

Листинг 2

*Результаты эксперимента:* а) На рисунке 3 представлен график потенциальной энергии тел  $m = 1$  кг в зависимости от расстояния в суммарном гравитационном поле Земли и Луны. Используя вычислительные возможности ППП Mathcad, находим графическим способом значения потенциальной энергии тела на поверхности Земли и в точке С. Для этого нужно использовать команду «Трассировка». На поверхности Земли тело имеет потенциальную энергию  $U(R_3) \approx -6,25 \cdot 10^7$  Дж. Потенциальная энергия 1 кг тела в точке С ( $r_C = 3,44 \cdot 10^8$  м):  $U(r_C) \approx -1,28 \cdot 10^6$  Дж.

б) Для расчета значения минимальной работы, необходимой для перемещения тела массой  $m_0 = 1$  кг с поверхности Земли на поверхность Луны воспользуемся следующей формулой:

$$A = -(U(r_C) - U(R_3)) \approx 6,12 \cdot 10^7 \text{ Дж.}$$

Действительно, достигнув точки  $C_c$  минимальной скоростью, тело начнет двигаться к Луне под действием суммарной силы тяготения, направленной к Луне.

**3 эксперимент.** Нужно построить посредством ППП MathCAD двумерный график потенциала Солнечной системы в зависимости от расстояния в суммарном гравитационном поле Солнца и следующих планет: Земля, Марс, Юпитер и Сатурн. *Примечание.* Нужно считать, что наступил «парад» этих планет.

*Физическая модель.* Для расчета гравитационного потенциала некоторой точки Солнечной системы мы просто суммируем гравитационные потенциалы Солнца и всех планет. Поскольку масса Солнца в 750 раза больше суммарной массы всех планет, гравитационными потенциалами планет солнечной системы обычно пренебрегают.

Для создания графика гравитационного потенциала Солнечной системы был использован пакет прикладных программ MathCAD. Из-за невозможности охвата всей Солнечной системы, мы ограничились набором четырех планет: Земля, Марс, Юпитер и Сатурн.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ , масса Солнца  $M_c = 2 \cdot 10^{30}$  кг, масса Земли  $m_1 = 6 \cdot 10^{24}$  кг, расстояние Земли от Солнца  $l_1 = 1,5 \cdot 10^{11}$  м,  $m_2 \approx m_1$  – масса Марса,  $l_2 = 1,5 \cdot l_1$  – расстояние Марса от Солнца;  $m_3 = 318 \cdot m_1$ ,  $l_3 = 5,2 \cdot l_1$  – масса Юпитера и его расстояние от

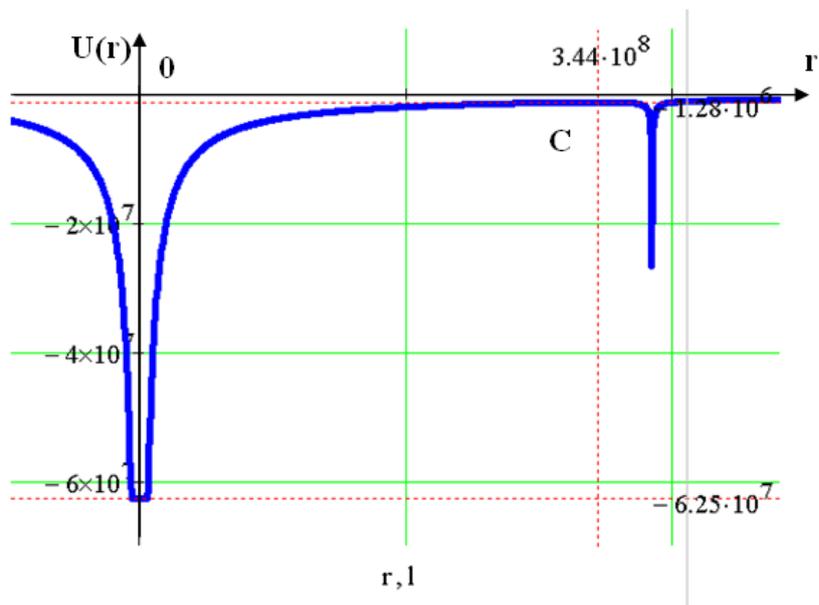


Рисунок 3 - График потенциальной энергии тела единичной массы в суммарном гравитационном поле Земли и Луны

Солнца;  $m_4 = 95 \cdot m_1$ ,  $l_4 = 9,3 \cdot l_1$  - масса Сатурна и его расстояние от Солнца. Из принципа суперпозиции (наложения) полей следует, что потенциал в каждой точке пространства  $\varphi = \varphi_C + \varphi_3 + \varphi_M + \varphi_{Ю} + \varphi_C$ .

*Математическая модель.* Для случая парада планет потенциал Солнечной системы записывают в таком виде:

$$\varphi(r) = -G \frac{M_C}{|r|} - G \frac{m_1}{|r - l_1|} - G \frac{m_2}{|r - l_2|} - G \frac{m_3}{|r - l_3|} - G \frac{m_4}{|r - l_4|}$$

*Создание и реализация компьютерной программы.* Физические величины и формулу потенциальной энергии системы «Солнце - планеты» напишем на языке Mathcad (Листинг 3).

$$\begin{aligned} G &:= 6.67 \cdot 10^{-11} & M &:= 2 \cdot 10^{30} & \text{Масса Солнца} & m_1 &:= 6 \cdot 10^{24} & \text{Масса Земли} \\ l_1 &:= 1.5 \cdot 10^{11} & & & \text{Расстояние Земли от Солнца} & & & \\ m_2 &:= m_1 & l_2 &:= 1.5 \cdot l_1 & \text{Масса Марса и его расстояние от Солнца} & & & \\ m_3 &:= 318 \cdot m_1 & l_3 &:= 5.2 \cdot l_1 & \text{Масса Юпитера и его расстояние от Солнца} & & & \\ m_4 &:= 95 \cdot m_1 & l_4 &:= 9.3 \cdot l_1 & \text{Масса Сатурна и его расстояние от Солнца} & & & \\ \varphi(r) &:= -G \cdot \frac{M}{|r|} - G \cdot \frac{m_1}{|r - l_1|} - G \cdot \frac{m_2}{|r - l_2|} - G \cdot \frac{m_3}{|r - l_3|} - G \cdot \frac{m_4}{|r - l_4|} \end{aligned}$$

Листинг 3

*Результаты эксперимента.* На рис.4 представлен график уравнения потенциала Солнечной системы, где по абсциссе отложены расстояние в метрах, а по ординате – потенциал в Дж/кг.

Итак, график гравитационного потенциала Солнечной системы при условиях  $r \geq R_C$ , ( $R_C$  - радиус Солнца) можно считать гиперболой, на которую накладываются очень узкие, едва заметные вертикальные пики, расположенные около Юпитера и Сатурна. Эти пики не видны около Земли и Марса из-за ничтожно малого значения их потенциала.

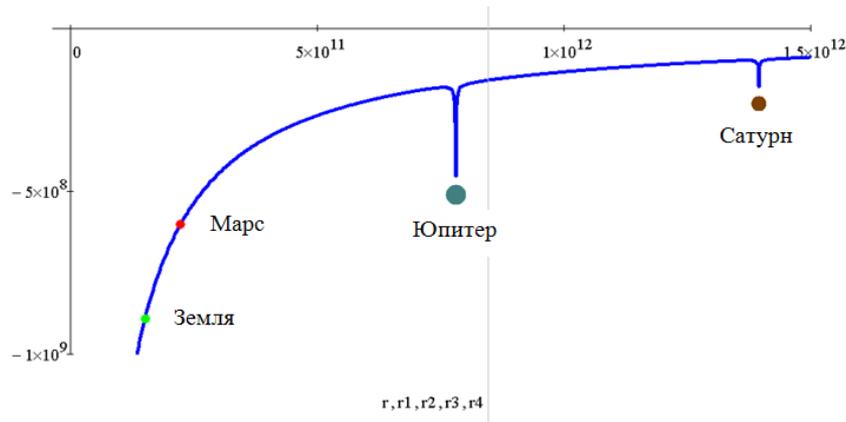


Рисунок 4 - График уравнения потенциала Солнечной системы

Известно, что гравитационный потенциал отдельной планеты (или звезды) есть потенциальная энергия взаимодействия между планетой и телом с единичной массой. Формулу (2) можно считать выражением потенциальной энергии единичной массы в гравитационном поле Солнечной системы в зависимости от расстояния центра Солнца.

**4 эксперимент.** Нужно создать трехмерный график потенциальной энергии единичной массы в гравитационном поле Земли и Луны.

*Физическая модель.* При такой ситуации единичная масса, находящаяся в гравитационном поле системы Земля-Луна, испытывает силу притяжения двух небесных тел. По этой причине анализ данного явления становится более сложным по сравнению с ситуацией, которая была рассмотрена в 1-ом эксперименте. Мы будем использовать принцип суперпозиции для вывода общей формулы потенциальной энергии единичной массы в поле системы «Земля-Луна».

*Математическая модель.* На основе принципа суперпозиции напишем выражение потенциальной энергии гравитационного взаимодействия единичной массы  $m$  с системой Земля-Луна.  $U(r) = -m \cdot \varphi(r) = -G \frac{mM_{\text{З}}}{r} - G \frac{mM_{\text{Л}}}{|r-l|}$ , где  $r$  – расстояние от центра Земли до места единичной массы, а  $l$  – расстояние между Землей и Луной. Единичная масса находится на прямой, соединяющей центры Земли и Луны [3].

*Создание и реализация компьютерной программы.* На листинге 4 представлена компьютерная программа, составленная в среде MathCAD.

```

Условные координаты центра Земли: X1 := 0   Y1 := 0   Единичная масса: m := 1
Условные координаты центра Луны:   X2 := 1   Y2 := 0
Массы Земли и Луны                   M1 := 6·1024   M2 :=  $\frac{M1}{81}$ 
Гравитационная постоянная          G := 6.67·10-11
Задание числа узлов сетки:           n := 43   k := 0..n-1   j := 0..n-1
Задание начальных и конечных координат:
по оси OX:                           x1 := X1 - 1   x2 := X2 + 1
по оси OY:                           y1 := Y1 - 1   y2 := Y2 + 1
Шаг по оси OX:  $\Delta x := \frac{x2 - x1}{n}$    шаг по оси OY:  $\Delta y := \frac{y2 - y1}{n}$ 
Значения координат по оси OX:        xk := x1 + Δx·k
Значения координат по оси OY:        yj := y1 + Δy·j

Задание потенциальной энергии системы:
U(x, y) :=  $\frac{-G \cdot m \cdot M1}{\sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2}} - \frac{G \cdot m \cdot M2}{\sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}}$ 

вычисление значений потенциальной энергии в узлах сетки:
Mk,j := U(xk, yj)
    
```

Листинг 4

*Результаты эксперимента:* На рисунке 5 представлен трехмерный график потенциальной энергии единичной массы в гравитационном поле Земли и Луны, которые являются точечными массами.

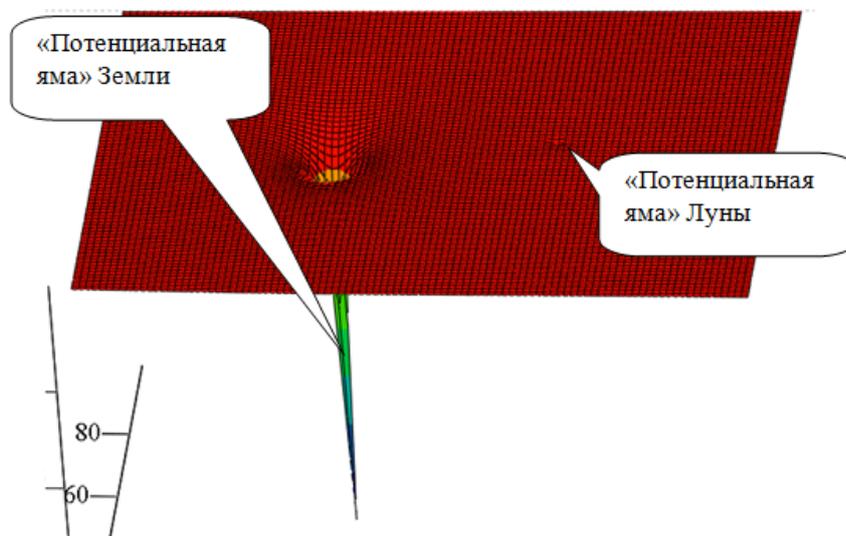


Рисунок 5 – Трехмерный график потенциальной энергии единичной массы в гравитационном поле Земли и Луны

Нами получен не количественный, а качественный трехмерный график, поскольку координаты центра Земли и Луны в компьютерной программе указаны в условных числах. Из графика отчетливо видна «потенциальная яма» Земли и Луны, теоретически она должна быть бесконечно глубокой. Если мы увеличим число узлов сетки (Листинг 4), тогда контуры «потенциальных ям» становятся более отчетливыми и глубины более глубокими. Из-за ограниченности мощности компьютера нельзя построить бесконечно глубокую «потенциальную яму». «Потенциальная яма» Луны находится в правой стороне объемного графика, который представляет собой сложную рельефную поверхность. Эта поверхность характеризует потенциальную энергию единичной массы в гравитационном поле системы Земля и Луна.

**Заключение.** Посредством вычислительных экспериментов в среде ППП MathCad изучены энергетические характеристики небесных тел и представлены графические интерпретации потенциала и потенциальной энергии их взаимодействия. В среде MathCad составлены программы для построения графиков, характеризующих потенциалы и потенциальные энергии некоторых космических систем. Созданы двумерные и трехмерные графики потенциальной энергии космических систем, состоящих из двух или более небесных тел.

### Список литературы

- 1 Умнов А.М., Туриков В.А., Муратов М.Н., Скворода А.С. Современные методы вычислительного эксперимента в прикладной физике. Учеб. пособие. – Москва: РУДН, 2008. – 248 с.
- 2 Мукушев Б.А. Роль и место вычислительных экспериментов при изучении вопросов небесной механики // Вестник ЕНУ (Физика). - 2021.- № 1. - С. 22-28. DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2021-134-1-22-28>
- 3 Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty computations in a laboratory course // Computer Applications in Engineering Education. - 2014.- Vol. 23. - № 2. - P. 250-257.
- 4 Майер Р.В. Решение физических задач с помощью пакета MathCAD. - Глазов: ГГПИ, 2006. - 37 с.
- 5 Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007. - 682 с.
- 6 Очков В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007.- 370 с.

Б.А. Муқушев<sup>1</sup>, А.Б. Муқушев<sup>2</sup>, М.Б. Таширова<sup>3</sup>, Д.Н. Аширбаева<sup>3</sup>, К.С. Калхаман<sup>3</sup>,  
Г.Ж. Салмырза<sup>3</sup>, С.М. Сахиева<sup>3</sup>

<sup>1</sup> С.Сейфуллин атындағы қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup> «Қаржы академиясы» АҚ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>3</sup> Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті, Қызылорда, Қазақстан

**Энергетикалық тәсіл негізінде аспан механикасын зерттеу үшін есептеу эксперименттерін жүзеге асыру**

**Аннотация.** Мақала есептеу физикасы әдістерінің артықшылықтарын көрсетуге арналған. Осы маңызды әдістердің бірі-компьютерлік (немесе есептеу) эксперименттер. Mathcad қолданбалы пакеті көмегімен есептеу эксперименттері арқылы аспан денелерінің энергетикалық сипаттамалары зерттелді. Мақалада планета мен дененің, Жер-Ай жүйесі мен ғарыш аппараттарының өзара әрекеттесуі потенциалдық энергиясының графикалық түсіндірмелері және Күн жүйесінің потенциалы келтірілген. Екі немесе одан да көп аспан денелерінен тұратын ғарыш жүйелерінің потенциалдық энергиясының екі өлшемді және үш өлшемді графиктері жасалды.

**Түйін сөздер:** есептеу физикасы, компьютерлік эксперимент, MathCad қолданбалы пакеті, потенциалдық энергия графигі, екі өлшемді және үш өлшемді график, потенциалдық шұңқыр.

В.А. Mukushev<sup>1</sup>, А.В. Mukushev<sup>2</sup>, М.В. Tashirova<sup>3</sup>, D.N. Ashirbaeva<sup>3</sup>, K.S. Kalkhaman<sup>3</sup>,  
G.Zh. Salmyrza<sup>3</sup>, S.M. Sakhieva<sup>3</sup>

<sup>1</sup> S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan

<sup>2</sup> Financial Academy, Nur-Sultan, Kazakhstan

<sup>3</sup> Korkyt Ata Kyzylorda University, Kyzylorda, Kazakhstan

**Implementation of computational experiments on the study of celestial mechanics based on the energy approach**

**Abstract.** The article is devoted to the disclosure of the advantages of computational physics methods. One of these important methods is computer (or computational) experiments. The energy characteristics of celestial bodies were studied by means of computational experiments in the Mathcad application software package environment. The article presents graphical interpretations of the potential energy of interaction between a planet and a body, the Earth-Moon system and a spacecraft, and the potential of the Solar System. There have been created two-dimensional and three-dimensional graphs of the potential energy of space systems consisting of two or more celestial bodies.

**Keywords:** computational physics, computer experiment, MathCad application software package, potential energy graph, two-dimensional and three-dimensional graph, potential well.

## References

- 1 Umnov A.M., Turikov V. A., Muratov M. N., Skovoroda A. S. Sovremennye metody vychislitel'nogo eksperimenta v prikladnoj fizike [Modern methods of computational experiment in applied physics] Studies.stipend (Moscow: RUDN, 2008, 248 p.). [in Russian]
- 2 Mukushev B.A. Rol' i mesto vychislitel'nyh eksperimentov pri izuchenii voprosov nebesnoj mekhaniki, Vestnik ENU (Fizika)[The role and place of computational experiments in the study of celestial mechanics issues, ENU Bulletin (Physics)], 1, 22-28 (2021). [in Russian]
- 3 Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty computations in a laboratory course, Computer Applications in Engineering Education, 2(23), 250-257 (2014).
- 4 Majer R.V. Reshenie fizicheskikh zadach s pomoshh'ju paketa MathCAD. Jelektronnyj resurs [Solving physical problems using the mathcad package. Electronic resource] (Glazov: GGPI, 2006, 37 p.). [in Russian]
- 5 Kiryanov D. Mathcad 14 v podlinke [Mathcad 14 in the original] (St. Petersburg: «BHV-Petersburg», 2007, 682 p.). [in Russian]
- 6 Oshkov B. MathCAD 14 dlyastudentov, inzhenerov i konstruktorov [MathCAD 14 for students, engineers and designers] (Saint-Petersburg: «BHV-Petersburg», 2007, 370 p.). [in Russian]

### Сведения об авторах:

Муқушев Б.А. - профессор Казахского агротехнического университета им. С.Сейфуллина, пр. Победы, 62, Нур-Сұлтан, Казахстан.

Муқушев А.Б. - **основной автор**, доцент АО «Финансовая академия», ул. Ш.Валиханова, 11, Нур-Сұлтан, Казахстан.

Таширова М.Б. - магистрант 2-го курса кафедры физики и математики Кызылординского университета имени Коркыт Ата, Кызылорда, ул. Айтекеби, 29А, Казахстан.

Аширбаева Д.Н. - магистрант 2-го курса кафедры физики и математики Кызылординского университета имени Коркыт Ата, Кызылорда, ул. Айтекеби, 29А, Казахстан.

Калхаман К.С. - магистрант 2-го курса кафедры физики и математики Кызылординского университета имени Коркыт Ата, Кызылорда, ул. Айтекеби, 29А, Казахстан.

Салмырза Г.Ж. - магистрант 2-го курса кафедры физики и математики Кызылординского университета имени Коркыт Ата, Кызылорда, ул. Айтекеби, 29А, Казахстан.

*Сахиева С.М.* - магистрант 2-го курса кафедры физики и математики Кызылординского университета имени Кorkyt Ата, Кызылорда, ул. Айтекеби, 29А, Казахстан.

*Mukushev B.A.* - Professor of S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, 62, Pobedy Avenue, Nur-Sultan, Kazakhstan.

*Mukushev A.B.* - **The main author**, Associate Professor of Financial Academy, 11 Sh.Valihanovastr., Nur-Sultan, Kazakhstan.

*Tashirova M.B.* - The 2nd year master student of the Department of Physics and Mathematics of the Korkyt Ata Kyzylorda University, 29A Aiteke Bi str., Kyzylorda, Kazakhstan.

*Ashirbaeva D.N.* - The 2nd year master student of the Department of Physics and Mathematics of the Korkyt Ata Kyzylorda University, 29A Aiteke Bi str., Kyzylorda, Kazakhstan.

*Kalkhaman K.S.* - The 2nd year master student of the Department of Physics and Mathematics of the Korkyt Ata Kyzylorda University, 29A Aiteke Bi str., Kyzylorda, Kazakhstan.

*Salmyrza G.Zh.* - The 2nd year master student of the Department of Physics and Mathematics of the Korkyt Ata Kyzylorda University, 29A Aiteke Bi str., Kyzylorda, Kazakhstan.

*Sakhieva S.M.* - The 2nd year master student of the Department of Physics and Mathematics of the Korkyt Ata Kyzylorda University, 29A Aiteke Bi str., Kyzylorda, Kazakhstan.