Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің ХАБАРШЫСЫ.
ISSN: 2616-6836. eISSN: 2663-1296

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ СЕРИЯСЫ/ PHYSICS.ASTRONOMY SERIES / СЕРИЯ ФИЗИКА.АСТРОНОМИЯ

ХҒТАР 29.05.09
ғылыми мақала

https://doi.org/10.32523/2616-6836-2026-155-2-82-91

Өрістегі бөлшектердің периодты соқтығысусыз қозғалыстарының гамильтондық формализмі

Т.Б. Қоштыбаев[1], Г. Әлімбекова[1], Е.К. Жаменкеев[2], А.Т. Жавлиева[1]*, Э.О. Құткелдиева[1], М.Е. Алиева[2]

[1]*Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан*
[2]*Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан*

E-mail:koshtybayev70@mail.ru, alimbek50@mail.ru, jamenkeev@mail.ru, zhavliyeva.11@gmail.com, elzira.kutkeldieva@gmail, moldir-2008@mail.ru

Аңдатпа. Ұсынылып отырған мақалада гравитацияланушы бөлшектердің соқтығысуларсыз қозғалысының жазық, әрі өзара үйлесімді өрістегі гамильтондық формализмі ұсынылған. Жүйенің өрісі тереңдігі мен ұзындығы энергия мен қысым арқылы өрнектелетін потенциалдық шұңқыр деп алынды. Шұңқырдағы бөлшектердің шекараға қарай ығысып, жекелеген концентрантты аймақтар құрайтындығы көрсетілді. Жүйедегі релятивистік емес гравитацияланушы бөлшектердің екі ағынды периодты қозғалысы үзіліссіздік теңдеуі негізінде қарастырылды. Пуассон теңдеуінің көмегімен соқтығыспайтын бөлшектердің концентрациясы гравитациялық потенциалға тура пропорционал болатындығы дәлелденді. Сонымен бірге, бөлшектердің периодтық қозғалысы мен өзара үйлесімді өріс арасындағы екі ағынды статикалық тепе–теңділікті Пуассон теңдеуі бойынша сипаттап беруге болатындығы да көрсетілді. Бөлшектердің өріспен әсерлеулеріне арналған Гамильтон функциясы бірінші интеграл ретінде жүйенің толық қысымы болатындығы сақталу заңы арқылы дәлелденіп, Бернулли күшінің жаңа математикалық тұрғыдағы табиғаты анықталды. Жүйенің күйлеріне қатысты шарттар арқылы санақ басынан өтетін интегралдық қисықтар, ал жүйенің кеңістіктік ауқымы бойынша потенциалдың кеңістіктік үлестірім заңы анықталды. Бөлшектер жылдамдығының, қысым мен концентрацияның жүйе ұзындығы бойынша өзгеру заңдылығы күй параметрінің белгілі бір мәндерінде ғана орындалатындығы дәлелденді. Барлық есептеулердің нәтижелері ықшамдалып берілді. Екі ағынды жүйенің күй параметрінің мәндеріне қарай жүйе өрісінің потенциалды шұңқыр, саңылау пішіндес болатындығы көрсетілді.

Түйін сөздер: гамильтон формализмі, өрістік жүйе, үзіліссіздік теңдеуі, гравитациялық әсерлесулер, екі ағынды периодты қозғалыс, гравитациялық потенциал, гравитацияланушы бөлшектер

Жіберілді 9.04.2026. Өзгертілді 12.05.2026. Қабылданды 15.05.2026. Онлайн қол жетімді 30.06.2026.

*хат-хабар авторы

Кіріспе

Гравитациялық өрістегі қозғалыс жөнінде мәселе көтерілген тұста Гамильтондық формализм тек осы мәселенің негізгі бағыт–бағдарын белгілеуші ғана емес, ол заманауи физиканың діңгегі болып қала бермек. Оған 150 жыл толса да, өзектілік дәрежесі мына үш мәселеге қатысты алғанда Ньютон заманындағыдан да жоғары тұрады десек артық айтқандық болмас:

1. Аспан механикасы және сандық модельдеу. Лагранждық әдіске қарағанда гамильтондық механика симплекстік интеграторларды, яғни өте үлкен уақыт аралықтарында жүйенің фазалық көлемі мен энергиясын сақтап қала алатын алгоритмдерді қолданады.

2. Релятивистік астрофизика. Күшті өрістердегі (қара құрдымдар немесе нейтрондық жұлдыздар маңындағы) қозғалыстарды сипаттау барысында Арновитт–Дезер–Мизнер формализмі атты жалпылама салыстырмалылық теорияның (ЖСТ) гамильтондық түсіндірмесі (баяндалуы) қолданылады.

3. Кванттық гравитация. Гамильтониан–кванттталуға апаратын көпір, Классикалық теорияны кванттық теорияға айналдыру үшін алдымен Гамильтон функциясын құрастырып алып, содан кейін айнымалыларды операторлармен алмастыру қажет болады.

Гамильтондық формализм – бөлшектің қозғалысын күштер арқылы емес, энергия (гамильтониан) мен сақталатын шамалар арқылы сипаттап беретін қуатты математикалық тіл. Оның гравитацияға қатысты табиғатына тоқталар болсақ, оған күрделі жүйелерді энергия мен фазалық кеңістік арқылы сипаттап бере алатын математикалық құрал есебінде қарауға болады. Нақты айтсақ, гамильтондық формализм 4–өлшемді кеңістік–уақытты уақыт бойынша өзгере алатын 3–өлшемді кеңістіктік қабаттарға тармақтайды. Бұл жағдай жалпылама салыстырмалылық теориясын кеңістік метрикасы гамильтониан, байланыстар теңдеуі және симметриялар арқылы сипатталатын динамикалық жүйе ретінде қайта жасақтауға (тұжырымдауға) мүмкіндік туғызады.

Гравитацияланушы бөлшектердің бір өлшемді динамикалық жүйесі бір түзудің бойымен қозғала отырып өзара Ньютондық күшпен тартылатын денелер жиынының моделы болып табылады. Барлық бөлшектер гравитация заңына ортақ формула негізінде бағынады. Мұндай жүйеде бөлшектер бір–бірі арқылы өте алмайды, ал қозғалыс теңдеулері интегралданады немесе гамильтондық формализм арқылы шешіледі. Бір өлшемді жағдайда екі бөлшек өзара орын алмаспайтын болса, онда олардың арасындағы әсерлесудің шамасы тұрақты болып қалады. Бұл жағдай өз кезегінде орнықсыздыққа, стахостылыққа және бөлшектердің бір жерге топырлап қалуына әкеліп соғады. Гамильтондық формализм – Гамильтон функциясын, координата мен импульстің фазалық кеңістігін қолданатын классикалық жүйелердің динамикасын сипаттаудың ерекше бір тәсілі. Мұнда қозғалыс теңдеулері бірінші ретті дифференциалдық жүйелерден құрылған екі жүйеден тұрады және Лагранж түрлендірулері қолданылады. Бұл гравитация теориясын Эйнштейннің жалпыламалық салыстырмалы теориясына ұқсамайтын канондық сипатта қарастыруға мүмкіндік жасайды. Т. Редже мен К. Тейтельбоймның ұсынған теориясы классикалық шектің теориясына ұқсас, яғни мұндағы төрт өлшемді кеңістік–уақыт өлшемдер саны көп жазық кеңістіктегі майысқан жазықтық кейпінде қарастырылған. Ал, П. Дирактың гамильтондық үлгідегі канондық қозғалыс теңдеулері ықшамды (жинақы) математикалық бейнеде берілген. Гамильтондық үлгінің арқасында ғана қойылған мәселе бірмінді, әрі айқын түрде ашылады.

Бұл мақалада гравитацияланушы бөлшектердің соқтығысуларсыз қозғалысының жазық өзара үйлесімді өрістегі гамильтондық формализмі ұсынылған. Жүйенің өрісі тереңдігі энергия интегралымен, ал ұзындығы толық қысым мәнімен анықталатын потенциалдық шұңқыр ретінде қарастырылған. Өріс жүйеде қамтылған бөлшектерді шекараға қарай ығыстыра отырып концентрациясы жоғары баяу бөлшектерден жасақталған облыстардың құрылуына ықпал етеді. Осы мазмұнда физикалық шамалардың үлестірімдік заңдылықтары зерттеліп, олардың математикалық тұжырымдамалары алынатын болады және олардың қолданылу аймақтарына талдаулар жүргізіледі.

Нәтижелер мен талқылау

Жүйедегі релятивистік емес гравитацияланушы бөлшектердің бойлық координатамен шектелген екі ағынды периодты қозғалысын қарастыратын боламыз. Бұл жағдай үшін үзіліссіздік теңдеуін төмендегіше түрде жазуға болады:

$$\overrightarrow{J}_1 + \overrightarrow{J}_2 = 0 \tag{1}$$

Бұл теңдікте $\vec{J}_1$ және $\vec{J}_2$ – бөлшектердің осьінің бағытында және оған қарама–қарсы бағыттағы ағындарының тығыздығы . Жазық симметрия жағдайында (1)– секілді кез–келген ағын үшін [1]

$$J_0 = \frac{n(x)\vartheta(x)}{2} = \frac{n_0\vartheta_0}{2} = const \qquad (2)$$

Мұндағы –жүйенің кез–келген жазықтықтағы концентрациясы; –жүйедегі бөлшектердің жылдамдығы; –жүйенің жазықтығындағы ең аз концентрациясы; –жүйедегі бөлшектердің ең үлкен жылдамдығы. Бұдан кейінгі жазылатын өрнектердің барлығында да «0» индексі жазықтығына қатыстылықты білдіретін болады. Жүйедегі бөлшектер соқтығыспайтын болсын. Статикалық өзара үйлесімді өрістегі гравитацияланушы бөлшектердің қозғалысы уақытқа айқын түрде тәуелді болмайды және төмендегі энергия интегралы арқылы анықталады:

$$E = \frac{m\vartheta_0^2}{2} = \frac{m\vartheta^2}{2} + m\varphi = const \qquad (3)$$

Мұндағы – барлық бөлшектер үшін бірдей болатын механикалық энергияның мәні; – бөлшектердің массасы; – статикалық гравитациялық өрістің потенциалы, ол Пуассон теңдеуімен сипатталады:

$$\varphi'' = 4\pi Gmn(\varphi) \qquad (4)$$

Бұл теңдеудің оң жақ бөлігінде бөлшектердің концентрациясы координата бойынша үлестірім функциясы арқылы берілген (G – гравитациялық тұрақты). Соқтығыспайтын бөлшектердің үлестірім функциясын (n(φ) (2) және (3) өрнектерді қолдана отырып анықтауға болады:

$$n = \frac{n_0}{\sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}} \qquad (5)$$

Бұл қатынаста

$$\varphi_m = \frac{E}{m} = \frac{\vartheta_0^2}{2} \qquad (6)$$

гравитациялық потенциалдың жүйе шекараларындағы қабылдайтын (иеленетін) ең үлкен (max) мәні. Олай болса, соқтығыспайтын бөлшектердің концентрациясы потенциалдың үлкен болатын жерлерінде жоғары болады екен [2–5]. (5)–ті (4)–ке қойып мынаны аламыз:

$$\varphi'' = \frac{4\pi Gmn_0}{\sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}} \qquad (7)$$

Бұл теңдеу бөлшектердің периодтық қозғалысы мен өзара үйлесімді өріс арасындағы екі ағынды статикалық тепе–теңділігін сипаттайды. Ол туынды ретін төмендете $y'' = f(y)$ алатын түрді қабылдайды. Реттіліктің төмендеуі интегралдауға әкеліп соғады.

Бөлшектердің өріспен әсерлеулеріне арналған Гамильтон функциясы. (7)–теңдеудің бірінші интегралы болып табылатын гамильтондық функция жүйенің толық қысымы (P) болып табылады:

$$\frac{(\varphi')^2}{8\pi G} + p_0\sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}} = P = H\left(\frac{\varphi'}{4\pi G}, \varphi, x\right) = const \qquad (8)$$

Мұндағы – $p_0 = mn_0\vartheta_0^2$ бөлшектердің жазықтығындағы қысымы. Сақталу заңы деп аталатын (8) теңдеудің алғашқы құраушысы жүйенің өзара үйлесімді өрісінің қысымы, ал екінші мүше кинетикалық энергияның екі еселенген көлемдік тығыздығындай бөлшектердің бір өлшемді жүйесінің қысымы:

$$p = \frac{2mn\vartheta^2}{2} \qquad (9)$$

(8) теңдеу сонымен бірге өріс пен бөлшектердің қысым градиенттерінің шамалары әсерлесу кеңістігінің кез–келген жазықтығында өзара тең, ал бағыттарының әртүрлі болатындығын білдіреді. Бернулли күшінің көлемдік тығыздығы бөлшектердің қысым градиентіне қарама–қарсы болғандықтан ($\vec{f} = -\mathrm{grad}\left(p\right)$), бұл күшке жаңа математикалық тұрғыдағы анықтама беруге болады: Бернулли күшінің шамасы мен бағыты өріс қысымының градиентімен сәйкес келеді және өріс пен бөлшектер арасындағы тепе–теңділікті қамтамасыз ете алады. Ол жүйенің әрбір көлем элементінде ньютондық тартылуды компенсациялау арқылы жүйенің тұтастығын қорғап отырады [6–8].

Физикалық шамалардың үлестірімі. (8)–дің екі жағын да –ге бөліп екі ағынды жүйенің күй параметрі атты

$$\beta = \frac{P}{p_0} \geq 1 \tag{10}$$

және

$$g_0 = \sqrt{8\pi G p_0} \tag{11}$$

гравитациялық өріс кернеулігінің ауқымы (масштабы) деген белгілеулерді енгізейік. Толық қысымның оң мәндерінде β параметрінің өзгеріс аймағы $1 \leq \beta < \infty$ болады және жүйе бөлшектердің периодты қозғалысындағы екі ағынды күйде болады. Жүйе шектелген жағдайда (күйде) қалуы үшін жүйедегі бөлшектердің $p(\varphi)$ қысымы нөлге айналуы тиіс, ал ол координатаның $x=\pm L$ мәндерінде ғана орындалады. Бұл мәнде жүйенің потенциалы ең үлкен мәнге ие болады (φ_m), ал оның градиентінің модульдері бірдей болғанымен, таңбалары әртүрлі:

$$\varphi'_m = \sigma\sqrt{8\pi G P} \qquad \sigma = \mathrm{sign}\left(\varphi'\right) \tag{12}$$

Осы шешімдерден байқап отырғанымыздай, $x=\pm L$ жазықтықтарда бөлшектер тоқтап қалады.

Енді (0,0) нүктесі арқылы өтетін интегралдық қисықтарды іздейтін боламыз. Ол үшін (8)–дің интегралдануын мына түрде алған ыңғайлы:

$$\sigma x = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{8\pi G\left[P - p_0\sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}\right]}} \tag{13}$$

Осы интегралдауды орындағаннан шығатын нәтиже мынадай:

$$\frac{\sigma x}{l} = \sqrt{\beta - \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}}\left(2\beta + \sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}\right) - \sqrt{\beta - 1}\left(2\beta + 1\right) \tag{14}$$

Мұндағы

$$l = \frac{\vartheta_0}{3\sqrt{2\pi G m n_0}} \tag{15}$$

жүйенің кеңістіктік ауқымы (масштабы). (14)–те $x=x(\varphi)$ функциялар жиынының төрт шешімі бар [9–11]. Оның біріншісі σ=+1–ге қатысты шығады (шешім нөл нүктесінде оң таңбалы туындыға ие бола отырып осы нөл арқылы өтеді). Екінші шешім σ=-1 үшін алынған (бұл шешім нөл нүктесінде теріс туындыға ие бола отырып осы нөл арқылы өтеді). Ал, үшінші және төртінші шешімдердің шарттары сәйкесінше $\sigma=\sigma_1$, $\sigma=\sigma_2$. Бұл шарттарда

$$\sigma_1 = +1, x > 0 \ \text{ және } \ \sigma_1 = -1, x < 0 \tag{16}$$

$$\sigma_2 = +1, x < 0 \ \text{ және } \ \sigma_2 = -1, x > 0 \tag{17}$$

Физикалық жағдайды үшінші шешім сипаттап береді. Жүйенің жарты ұзындығын (14)–тен $\frac{\varphi}{\varphi_m} = 1$, σ=+1 мәндерінде алуға болады [12] және ол күй параметріне төмендегіше байланысты болады:

$$\frac{L}{l} = 2\sqrt{\beta^3} - \sqrt{\beta - 1}\left(2\beta + 1\right) \tag{18}$$

Жүйенің ұзындығы d=2L . Біз φ=φ(x) тәуелділігінің нақты бейнесін алуымыз үшін (14)–ке мынада өлшемсіз айнымалыларды енгізуіміз қажет:

$$t = \frac{\sqrt{1 - \frac{\varphi}{\varphi_m}}}{\beta} \quad z = \frac{(x_0 + \sigma x)}{l\sqrt{\beta^3}} \tag{19}$$

Мұндағы

$$\frac{x_0}{l} = \sqrt{\beta - 1}\left(2\beta + 1\right) \tag{20}$$

(14)–тен t=t(z) анықтай отырып потенциалдың кеңістіктік үлестірім заңын $0 \le z \le \sqrt{2}$ аралығы үшін жазамыз: $0 \le z \le \sqrt{2}$ аумағында

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_m} = 1 - \beta^2 (2\cos\theta_1 - 1)^2 \tag{21}$$

ал, $\sqrt{2} \le z \le 2$ аралығы үшін

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_m} = 1 - \beta^2 (2\cos\theta_2 - 1)^2 \tag{22}$$

Бұл өрнектерде

$$\theta_1 = \frac{1}{3}\left[\arccos\left(1 - \frac{z^2}{2}\right)\right] \tag{23}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{3}\left[\pi - \arccos\left(\frac{z^2}{2} - 1\right)\right] \tag{24}$$

Осы өрнектерде бекітілген аралықтағы айнымалы шамалар бірмәнді түрде анықталатыныны ескеру керек. (21–24) қатынастардан мынадай тұжырымдама шығады: β=1 болғанда жүйенің өрісі *x*=0–ге қатысты симметриялы, ұзындығы энергия интегралымен, ал тереңдігі толық қысым интегралымен анықталатын ерекше бір потенциалдық шұңқыр тәріздес. Ал, β>1 болғанда өріс тәрізді пішіндес кеңістікте шектелген потенциалды саңылау кейіпінде болады. Бұл жағдайда жүйедегі минимум потенциалдық энергия деген болмайды, яғни саңылау түбінде ең аз мәнді потенциалдық энергия мәнін қолдануға болады [13]. Өріс кернеулігінің координатаға проекциясы (21–24) өрнектерін дифференциалдау арқылы табылады: $0 \le z \le \sqrt{2}$ аумағында

$$g_1(x) = -2\sigma g\sqrt{\beta}\sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \tag{25}$$

ал, аралығы үшін

$$g_2(x) = -2\sigma g\sqrt{\beta}\sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \tag{26}$$

Бұл теңдеулерден кернеулік құраушысының мәндері нөлдік потенциалы жазықтығында үзіліске ұшырайтындығын байқауға болады, яғни ол бұл жағдайда тек +(g√(β-1)) мен -(g√(β-1)) аралығындағы ғана мәндерді қабылдай алады. –ның өсуіне қарай саңылау тарыла береді де, гравитациялық өріс кернеулігінің секірмелі өзгерісі күшейеді. Жүйенің ұзындығы бойынша бөлшектер жылдамдығы мен қысымның өзгеру заңдылығын (3) пен (8)–нің екінші құраушысынан табуға болады: $0 \le z \le \sqrt{2}$ аумағында [14]

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_0} = \beta\left(\cos\theta_1 - 1\right) \tag{27}$$

ал, $\sqrt{2} \le z \le 2$ аралығы үшін

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_0} = \beta\left(\cos\theta_2 - 1\right) \tag{28}$$

Ал, концентрацияның ұзындыққа сәйкес өзгерісін (5)–тен анықтап аламыз: $0 \le z \le \sqrt{2}$ аралығы үшін [15]

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{1}{\beta(2\cos\theta_1 - 1)} \tag{29}$$

ал, $\sqrt{2} \le z \le 2$ болғандағы жағдай үшін

$$\frac{n_2}{n_0} = \frac{1}{\beta(2\cos\theta_2 - 1)} \tag{30}$$

Қысымның жүйе ұзындығына байланысты үлестірім (таралу) заңдылығы мынадай өрнектермен беріледі: $0 \le z \le \sqrt{2}$ аралығы үшін

$$D_1 = \frac{g_1^2}{8\pi G} = 4\beta p_0 \sin^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \tag{31}$$

ал, $\sqrt{2} \le z \le 2$ болғандағы жағдай үшін [16]

$$D_2 = \frac{g_2^2}{8\pi G} = 4\beta p_0 \sin^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \tag{32}$$

(27) және (31), сонымен бірге (28) және (32) теңдіктерден әсерлесу кеңістігінің кез–келген жазықтығында бөлшектер мен өрістің қысымдарының қосындысы жүйенің толық $P=\beta p_0$ қысымына тең болатындығын және бұл шама тұрақты болып қалатындығын байқау қиын емес.

Қорытынды

Жүйелік өріс пен бөлшек арасындағы әсерлесулер арқылы гравитацияланушы бөлшектердің соқтығысуларсыз қозғалысының гамильтондық формализмі әсерлесулер кеңістігінің әртүрлі жазықтықтарында қарастырылды. Ондағы мақсат бөлшектердің жүйелік өріске қатысты қозғалыстарының ерекшеліктерін бөліп көрсету болды. Жүйенің потенциалдық шұңқыр және саңылау кейпіндегі күй параметрінің мәндері мен $t=t(z)$ функционалының өзгеру аралықтарына сәйкес жылдамдық, қысым, концентрация шамаларының өзгеру заңдылықтары тағайындалды. Жүйенің өрісі тереңдігі мен ұзындығы энергия мен қысым арқылы өрнектелетін потенциалдық шұңқыр деп алынған жағдайы кезінде бөлшектердің шекараға қарай ығысып, жекелеген концентрантты аймақтар құрайтындығы көрсетілді. Жүйедегі релятивистік емес гравитацияланушы бөлшектер екі ағынды периодты қозғалысы үзіліссіздік теңдеуі негізінде қарастырылды. Пуассон теңдеуінің көмегімен соқтығыспайтын бөлшектердің концентрациясы гравитациялық потенциалға тура пропорционал болатындығы, сонымен бірге бөлшектердің периодтық қозғалысы мен өзара үйлесімді өріс арасындағы екі ағынды статикалық тепе–теңдікті Пуассон теңдеуі бойынша сипаттауға болатындығы көрсетілді. Бөлшектердің өріспен әсерлеулеріне арналған Гамильтон функциясы бірінші интеграл ретінде жүйенің толық қысымы болатындығы сақталу заңы арқылы дәлелденіп, Бернулли күшінің жаңа математикалық тұрғыдағы табиғаты белгіленді. Жүйенің күйлеріне қатысты шарттар арқылы санақ басынан өтетін интегралдық қисықтар, ал жүйенің кеңістіктік ауқымы бойынша потенциалдың кеңістіктік үлестірім заңы белгіленді. Бөлшектер жылдамдығының, қысым мен концентрацияның жүйе ұзындығы бойынша өзгеру заңдылығы күй параметрінің белгілі бір мәндерінде ғана орындалатындығы дәлелденді. Барлық есептеулердің нәтижелері ықшамдалып берілді. Екі ағынды жүйенің күй параметрінің мәндеріне қарай жүйе өрісінің потенциалды шұңқыр, саңылау пішіндес болатындығы көрсетілді.

Мақалада алынған нәтижелердің қолданылу нысандарына (аймағына) қатысты мына жағдайларды айтуға болады:

– айналып тұрған қара құрдымдар маңындағы бөлшектердің хаосты қозғалыстарын зерттеуде (Кеер метрикасы) теориялық модель ретінде пайдалануға болады;

– кванттық гравитация мен космологиялық модельдер гравитациялық өрістің гамильтондық талдауына негізделетін болғандықтан осы салада алгоритмдік нұсқа мазмұнында қолдануға болады.

Плазма жағдайында Больцманның кинетикалық теңдеуінің сол жақ бөлігімен ғана шектеліп, соқтығысу интегралын ескермеуге болады. Электрондық газ бен ауыр иондардан тұратын электрлі нейтралды жүйенің тепе–теңділік күйіндегі бірлік көлемде электрондар мен иондар саны бірдей болғандықтан, орташалап алғанда электр өрісінің кернеулігі нөлге тең болып табылады. Күшті өрістер бөлшектердің траекториясын өзгертеді, нәтижеде электронның осцилляция энергиясы тыныштық энергиясынан артық болады. Басқаша айтқанда, бөлшек пен өрістің әсерлесу энергиясы олардың жылулық қозғалыстарының энергиясынан көп деген сөз. Сондықтан да, кинетикалық теорияның зерттеу нәтижелігін көтеру үшін қуатты сыртқы өрісі бар Власов—Максвелл теңдеуін қолданған ұтымды. Күшті өрістер кезінде процестерге кететін уақыт релаксация уақытынан аз болуынан жұптық соқтығысулар ескерілмей қалып жатады, сондықтан да Власов теңдеуі негізгі математикалық құрал ретінде пайдаланылуы тиіс.

Авторлардың қосқан үлесі

Т.Б. Қоштыбаев – Жүйедегі релятивистік емес гравитацияланушы бөлшектердің екі ағынды периодты қозғалысы үзіліссіздік теңдеуі негізінде қарастырылатындығын есептеді. Пуассон теңдеуінің көмегімен соқтығыспайтын бөлшектердің концентрациясы гравитациялық потенциалға тура пропорционал болатындығын, сонымен бірге, бөлшектердің периодтық қозғалысы мен өзара үйлесімді өріс арасындағы екі ағынды статикалық тепе–теңділікті Пуассон теңдеуі бойынша сипаттап беруге болатындығын көрсетті.

Г. Әлімбекова – Жүйенің өрісі тереңдігі мен ұзындығы энергия мен қысым арқылы өрнектелуін потенциалдық шұңқыр түрінде қарастырудың негізгі математикалық есептеулерін басқарды. Шұңқырдағы бөлшектердің шекараға қарай ығысып, жекелеген концентрантты аймақтар құрайтындығын дәлелдеді.

Е.К. Жаменкеев – Бөлшектердің өріспен әсерлеулеріне арналған Гамильтон функциясы бірінші интеграл ретінде жүйенің толық қысымы болатындығы сақталу заңы арқылы дәлелдеді, Бернулли күшінің жаңа математикалық тұрғыдағы табиғаты анықтады.

А.Т. Жавлиева – Жүйенің күйлеріне қатысты шарттар арқылы санақ басынан өтетін интегралдық қисықтарды, жүйенің кеңістіктік ауқымы бойынша потенциалдың кеңістіктік үлестірім заңын анықтады. Леспе хатты дайындап, мақаланы редакцияға жолдауды да іске асырды.

Э.О. Құткелдиева – Бөлшектер жылдамдығының, қысым мен концентрацияның жүйе ұзындығы бойынша өзгеру заңдылығы күй параметрінің белгілі бір мәндерінде ғана орындалатындығын дәлелдеді. Барлық есептеулердің нәтижелерін ықшамдауға атсалысты.

М.Е. Алиева – Мақаланың талапқа сай рәсімделуіне де атсалысқан, аңдатпаның орыс және ағылшын мәтіндерін жазды, әдебиеттер тізімінің ағылшын нұсқасын жасады. Барлық есептеулерді тексеріп шықты.

Әдебиеттер тізімі

1. С.А. Лукашевия, А.А. Садовский, Определение фундаментальных понятий физики через законы, Эпохи науки, № 22, с. 56–61 (2020). https://doi.org/10.24411/2409-3203-2020-12274
2. Т.Б. Қоштыбаев, М.Е. Алиева, Б.Ә. Камал, Э.О. Құткелдиева, Дененің бірқалыпты және бірқалыпсыз қозғалыстарының математикалық негіздемесі, Абай атындағы ҚазҰПУ хабаршысы. Физика–математика ғылымдары сериясы, Том 85, №1, 80–92 б. (2024). https://doi.org/10.51889/2959-5894.2024.85.1.001
3. Т.Б. Қоштыбаев, Ә.Ә. Ақжолова, А.М. Татенов, М.Е. Алиева, Механикалық қозғалыстардың математикалық бастамалары, Қазақстан Республикасы Ұлттық инженерлік академиясының хабаршысы. Математикалық ғылымдар сериясы, Том 93, №3, 329–341 б. (2024). https://doi.org/10.47533/2024.1606–146X.72.
4. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория поля, Серия Теоретическая физика, (Наука, Москва, 1988), с. 512.
5. J.G. Vargas, Differential Geometry for Physicists and Mathematicians (World Scientific Publishing Company, 2014).
6. G. Giachetta, L. Mangiarotti, G. Sardanashvily, Advanced Classical Field Theory (World Scientific Publishing Company, Singapore, 2009).
7. A.B. Kurzhanski, P. Varaiya, Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation (Birkh¨auser, 2014).
8. C. Rham, G. Gabadadze, A.J. Tolley, Resummation of Massive Gravity, Phys. Rev. Lett. 106, p.231101 (2011).
9. G. Pretti, W.M. Coombs, C.E. Augarde, B. Sims, M.M. Puigvert, J.A. Gutiérrez, A conservation law consistent updated Lagrangian material point method for dynamic analysis, Journal of Computational Physics 485, p.112075, (2023). https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112075
10. G. Shafer, Causal interpretation of graphical models, International Journal of Approximate Reasoning 141, p.179–182 (2022). https://doi.org/10.1016/j.ijar.2021.12.014
11. S. Shahsavari, S. Boutorabi, A general approach to the mechanical analysis of continuous local inhomogeneity using continuum mechanics theory and a new general energy-based-model, Applications in Engineering Science

16, p.100149 (2023). https://doi.org/10.1016/j.apples.2023.100149
12. E. Celledoni, A. Leone, D. Murari, B. Owren, Learning Hamiltonians of constrained mechanical systems, Journal of ComputationalandApplied Mathematics 417, p.114608 (2023). https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114608
13. A. Bermúdez, Operational classical mechanics: holonomic systems, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 55(40), p.405201 (2022). https://doi.org/10.1088/1751–8121/ac8f75
14. H.G. Solari, M. Natiello, A Constructivist View of Newton's Mechanics, Foundations of Science 24(1), p.307-341 (2019). https://doi.org/10.1007/s10699-018-9573-z
15. M.I. Mironov, F.S. Zaitsev, N.N. Gorelenkov, V.I. Afanasyev, F.V. Chernyshev, V.G. Nesenevich, M.P. Petrov, Sawtooth mixing of alphas, knock-on D, and T ions, and its influence on NPA spectra in ITER plasma, Nuclear Fusion 58(8), p.1-9 (2018). https://doi.org/10.1088/1741-4326/aab678
16. I.N. Kosarev, Kinetic theory of a nonideal plasma: Dispersion relations, Gas Discharges 53, p.1296–1301 (2008). https://doi.org/10.1134/S106378420810006X

Т.Б. Коштыбаев[1], Г. Алимбекова[1] , Е.К. Жаменкеев[2],
А.Т. Жавлиева[1 *], Э.О. Куткелдиева[1], М.Е. Алиева[2]

[1] Казахский национальный женский педагогичесий университет, Алматы, Казахстан
[2] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

(E-mail: koshtybayev70@mail.ru, alimbek50@mail.ru,
jamenkeev@mail.ru, zhavliyeva.11@gmail.com, elzira.kutkeldieva@gmail, moldir-2008@mail.ru)

Гамильтонов формализм периодического бесстолкновительного движения частиц в поле

Аннотация. В статье представлен гамильтоново формализм движения гравитирующих частиц без столкновений в плоском и в самосогласованном поле. Поле системы представлено в виде потенциальной ямы, глубина и длина которой выражаются энергией и давлением. Было показано, что частицы в яме накапливаются в границе, образуя отдельные концентрические области. Двухпоточное периодическое движение нерелятивистских гравитирующих частиц системы рассматривалось на основе уравнения непрерывности. С помощью уравнения Пуассона было доказано, что концентрация не сталкивающихся частиц прямо пропорциональна гравитационному потенциалу. А также было показано, что статическое равновесие между двухпоточным периодическим движением частиц и самосогласованном полем можно описать с помощью уравнения Пуассона. На основе закона сохранения было доказано, что гамильтонова функция для взаимодействий частиц с полем является полным давлением в качестве первого интеграла и определена математическая природа силы Бернулли. По условиям состоянии и пространственному масштабу системы определены интегральные кривые, проходящие через начало отсчета и закон пространственного распределения потенциала. Доказано, что закон изменения скорости, давления и концентрации частиц по длине системы выполняется при определенных значениях параметра состояния. Результаты теоретическиз вычислений были представлены в упрощенной форме. Было показано, что в зависимости от значений параметра состояния двухпоточной системы поле системы имеет формы потенциальной ямы и щели.

Ключевые слова: гамильтоново формализм, полевая система, уравнение непрерывности, гравитационные взаимодействия, двухпоточное периодическое движение, гравитационный потенциал, гравитирующие частицы

T.B. Koshtybayev[1] , G. Alimbekova[1], E.K. Zhamenkeev[2],
A.T. Zhavliyeva[1*] , E.O. Kutkeldiyeva[1], M.E. Aliyeva[2]

[1] Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
[2]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

(E-mail: koshtybayev70@mail.ru, alimbek50@mail.ru,
jamenkeev@mail.ru, zhavliyeva.11@gmail.com, elzira.kutkeldieva@gmail, moldir-2008@mail.ru)

Hamiltonian formalism of periodic collisionless motion of particles in a field

Abstract. The paper presents a Hamiltonian formalism of the motion of gravitational particles without collisions in a flat and self-consistent field. The field of the system is represented as a potential well, the depth and length of which are expressed by energy and pressure. It was shown that the particles in the well accumulate in the boundary, forming separate concentric regions. The two-stream periodic motion of non-relativistic gravitating particles of the system was considered on the basis of the continuity equation. Using the Poisson equation, it was proved that the concentration of non-colliding particles is directly proportional to the gravitational potential. It was also shown that the static equilibrium between the two-flow periodic motion of particles and a self-consistent field can be described using the Poisson equation. Based on the conservation law, it was proved that the Hamiltonian function for particle interactions with a field is the total pressure as the first integral, and the mathematical nature of the Bernoulli force was determined. According to the conditions of the state and the spatial scale of the system, integral curves passing through the origin and the law of spatial potential distribution are determined. It is proved that the law of variation of velocity, pressure and concentration of particles along the length of the system is fulfilled at certain values of the state parameter. The results of theoretical calculations were presented in a simplified form. It was shown that, depending on the values of the state parameter of a two-stream system, the field of the system has the forms of a potential pit and a gap.

Keywords: Hamiltonian formalism, field system, continuity equation, gravitational interactions, two-stream periodic motion, gravitational potential, gravitating particles.

References

1. S.A. Lukashevija, A.A. Sadovskij, Opredelenie fundamental’nyh ponjatij fiziki cherez zakony [Defining the fundamental concepts of physics through laws], Jepohi nauki [The eras of science] № 22, p. 56–61 (2020). https://doi.org/10.24411/2409-3203-2020-12274 [in Russian]
2. T.B. Koshtybayev, M.E. Alieva, B.A. Kamal, Je.O. Kutkel’dieva, Matematicheskoe obosnovanie plavnyh i plavnyh dvizhenij tela [Mathematical justification of smooth and graceful body movements], Abaj atyndaғy KazUPU habarshysy. Fizika–matematika ғylymdary serijasy [Bulletin of Abai Kaznpu, series of physical and Mathematical Sciences] 85(1), p.80–92 (2024). https://doi.org/10.51889/2959-5894.2024.85.1.001 [in Kazakh]
3. T.B. Koshtybayev, A.A. Akzholova, A.M. Tatenov, M.E. Alieva, Matematicheskie nachala mehanicheskih dvizhenij [Mathematical beginnings of mechanical movements], Kazakstan Respublikasy Ulttyk inzhenerlik akademijasynyn habarshysy. Matematikalyk gylymdar serijasy [National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan, Mathematical Sciences] 93(3), p. 329–341 (2024). https://doi.org 10.47533/2024.1606–146X.72. [in Kazakh]
4. L.D. Landau, E.M. Lifshic, Teorija polja [Field theory] (Nauka, Moscow, 1988), p.512. [in Russian]
5. J.G. Vargas, Differential Geometry for Physicists and Mathematicians (World Scientific Publishing Company, 2014).
6. G. Giachetta, L. Mangiarotti, G. Sardanashvily, Advanced Classical Field Theory (World Scientific Publishing Company, Singapore, 2009).
7. A.B. Kurzhanski, P. Varaiya, Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation (Birkh¨auser, 2014).
8. C. Rham, G. Gabadadze, A.J. Tolley, Resummation of Massive Gravity, Phys. Rev. Lett. 106, p. 231101 (2011).
9. G. Pretti, W.M. Coombs, C.E. Augarde, B. Sims, M.M. Puigvert, J.A. Gutiérrez, A conservation law consistent updated Lagrangian material point method for dynamic analysis, Journal of Computational Physics 485, p. 112075 (2023). https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112075
10. G. Shafer, Causal interpretation of graphical models, International Journal of Approximate Reasoning, 141, p. 179–182 (2022). https://doi.org/10.1016/j.ijar.2021.12.014
11. S. Shahsavari, S. Boutorabi, A general approach to the mechanical analysis of continuous local inhomogeneity using continuum mechanics theory and a new general energy-based-model, Applications in Engineering Science 16, p. 100149 (2023). https://doi.org/10.1016/j.apples.2023.100149
12. E. Celledoni, A. Leone, D. Murari, B. Owren, Learning Hamiltonians of constrained mechanical systems, Journal of Computationaland Applied Mathematics 417, p. 114608 (2023). https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114608
13. A. Bermúdez, Operational classical mechanics: holonomic systems, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 55, p. 405201 (2022). https://doi.org/10.1088/1751-8121/ac8f75
14. H.G. Solari, M. Natiello, A Constructivist View of Newton’s Mechanics, Foundations of Science 24, p. 307-341 (2019). https://doi.org/10.1007/s10699-018-9573–z

15. M.I. Mironov, F.S. Zaitsev, N.N. Gorelenkov, V.I. Afanasyev, F.V. Chernyshev, V.G. Nesenevich, M.P. Petrov, Sawtooth mixing of alphas, knock-on D, and T ions, and its influence on NPA spectra in ITER plasma, Nuclear Fusion 58(8), p.1-9 (2018). https://doi.org/10.1088/1741-4326/aab678
16. I.N. Kosarev, Kinetic theory of a nonideal plasma: Dispersion relations, Gas Discharges 53, p.1296–1301 (2008). https://doi.org/10.1134/S106378420810006X

Авторлар туралы мәлімет:

Қоштыбаев Т.Б. – физика–математика ғылымдарының кандидаты, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының доценті, Әйтеке би көшесі, 99, 050000, Алматы, Қазақстан.

Әлімбекова Г. – педагогика ғылымдарының докторы, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының доценті, Әйтеке би, 99, 050000, Алматы, Қазақстан.

Жаменкеев Е.К. – техника ғылымдарының кандидаты, қауым.профессоры м. а., Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық университеті, Достық даңғылы, 13, 050000, Алматы, Қазақстан.

Жавлиева А.Т. – хат–хабар авторы, педагогика ғылымдарының магистрі, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының оқытушысы, Алматы қ., Әйтеке би көшесі, 99, 050000, Алматы, Қазақстан.

Құткелдиева Э.О. – педагогика ғылымдарының магистрі, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының аға оқытушысы, Алматы қ., Әйтеке би, 99, 050000, Алматы, Қазақстан.

Алиева М.Е. – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық университеті физика кафедрасының аға оқытушысы, Достық даңғылы, 13, 050000, Алматы, Қазақстан.

Коштыбаев Т.Б. – кандидат физико–математических наук, доцент кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, ул. Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан.

Алимбекова Г. – доктор педагогических наук, доцент кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, ул. Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан.

Жаменкеев Е.К. – кандидат технических наук, и. о. асс. профессора кафедры физики Казахского национального педагогического университета имени Абая, пр. Достык, 13, 050000, Алматы, Казахстан.

Жавлиева А.Т. – автор для корреспонденции, магистр педагогических наук, преподаватель кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, ул. Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан.

Куткелдиева Э.О. – магистр педагогических наук, старший преподаватель кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, г. Алматы, Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан.

Алиева М.Е. – магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры физики Казахского национального педагогического университета имени Абая, пр. Достык, 13, 050000, Алматы, Казахстан.

Koshtybayev T.B. – candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor, Department of Physics, Kazakh National Women's Pedagogical University, Aiteke bi street, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan.

Alimbekova G. – doctor of Pedagogical Sciences, the acting associate Professor of the Physics Department of the Kazakh National Women's Teacher Training University, Aiteke bi, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan.

Zhamenkeev E.K. – candidate of Technical Sciences, acting associate professor of Physics Department of the Abai Kazakh National Pedagogical University, Dostyk Ave., 13, 050000, Almaty, Kazakhstan.

Zhavliyeva A.T. – corresponding author, master of Pedagogical Sciences, lecturer of the Department of physics of the Kazakh National Women's Teacher Training University, Aiteke bi street, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan.

Kutkeldiyeva E.O. – master of Pedagogical Sciences, Senior lecturer of the Physics Department of the Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Aiteke bi, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan.

Aliyeva M.E. – Master of sciences, Senior lecturer, Department of Physics, Abai Kazakh National Pedagogical University, Dostyk Ave., 13, 050000, Almaty, Kazakhstan.