



ХҒТАР 29.17.41
Ғылыми мақала

<https://doi.org/10.32523/2616-6836-2025-152-3-155-168>

Ауқымды классикалық жүйелердегі флуктуациялар

Т.Б. Қоштыбаев¹, А.М. Татенов¹, М.Е. Алиева^{*2}, К.К. Жантлеуов²

¹Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

²Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

(E-mail: moldir-2008@mail.ru)

Аңдатпа. Термостатпен тепе-теңдікте тұрған Гиббстік ансамбльдегі көп бөлшекті жүйедегі флуктуациялар статистикалық тұрғыда сипатталған. Нақтырақ айтқанда, Гиббстің каноникалық үлестірімі арқылы кездейсоқ жылу алмасулар кезіндегі энергия флуктуациясы, бөлшектер саны флуктуациясының дисперсиясы мен кездейсоқ энергия квадратының орташа мәні есептелді. Осы нәтижелердің негізінде бір атомды идеал газ энергиясының салыстырмалы флуктуациясының өрнегі алынды. Кез-келген физикалық шаманың флуктуациясын есептеу үшін энтропия өзгерісін осы шама арқылы өрнектеу жеткілікті. Осы термодинамикалық принципті, энтропия мен тепе-теңділік емес күйлердің ықтималдылықтары арасындағы байланыстарды қолданып термодинамикалық шама флуктуациясының дисперсиясын, тепе-теңсіздік күй ықтималдылығының тығыздығын есептейтін өрнектер шығарылып көрсетілді. Бұл нәтижелер бір атомды идеал газдың температурасының, көлемі мен тығыздығының флуктуация дисперсиясы мен салыстырмалы флуктуацияларын есептеу үшін пайдаланылды. Энергияның флуктуациясы есептелді және белгілі бір ортадағы микроскоптық дененің күйін сипаттайтын механикалық шамалардың да флуктуацияларын есептеуге мүмкіндік беретін жағдайлар қарастырылды. Атап айтқанда, тепе-теңділік жағдайдағы сұйықтағы (немесе газдағы) тыныштыта тұрған дененің орта молекулаларының соққылауы салдарынан флуктуациялық күйге өтуі қарастырылып, дененің флуктуациялық жылдамдығының дисперсиясы есептеп шығарылды. Алынған нәтижелерге талдаулар мен қорытындылар жасалып, флуктуациялардың наножүйелердегі және плазмадағы қолданылыстары жайында ақпараттар берілді.

Түйін сөздер: флуктуация, тепе-теңділік күй, термодинамикалық параметрлер, дисперсия, энергия, температура, көлем.

Жіберілді 07.09.2025. Өзгертілді 18.09.2025. Қабылданды 23.09.2025. Онлайн қол жетімді 30.09.2025.

^{1*}хат-хабар авторы

Кіріспе

Тақырыпты таңдаудың негіздемесі. Термодинамикалық тепе-теңдікте тұрған макро-жүйеге қатысты термодинамикалық, статистикалық шамалардың мәндері өздерінің орташа мәндерімен жоғары дәлдікте бірдей болатыны белгілі. Алайда, орташа мәннен ауытқу (флуктуация) орын алса, онда ауытқу ықтималдылығын және оның таралу аумағын анықтау қажет болады. Мысалы, бірізгіде термодинамикалық және механикалық мағынадағы энергия, көлем секілді шамалар үшін флуктуация ұғымы үйреншікті жағдай. Ұсынылып отырған мақалада флуктуациялардың ықтималдылық шегі мен ауқымы көрсетіліп, тұйық және квазитұйық жүйелердегі флуктуациялардың теориялық негіздемесі келтіріледі. Осылармен бірге, біртекті ортадағы термодинамикалық шамалардың, мысалы энергияның, көлемнің, температураның, бөлшектер санының, тығыздық пен ішкі энергияның флуктуациялары есептеледі. Біртекті ортадағы макродененің флуктуациялық күйге өту жағдайлары да қарастырылатын болады. *Тақырыптың немесе қойылған мәселенің өзектілігі* – ауқымды классикалық жүйелердегі тепе-теңсіздік күйлердің ерекшелігіне қатысты теориялық есептеулердің толастамай, құбылысты жан-жақты ашуға деген ізденістердің әлі де жалғасып жатқандығында болып отыр. Термодинамикадағы флуктуациялардың басты себебі-бөлшектердің жылулық қозғалыстары, яғни әрбір бөлшектің жеке-дара тербелістерінің бейберекет сипатта таралуы бүкіл жүйедегі ауқымды макроскопиялық өзгерістерге алып келеді. Термодинамикадағы шамалардың орташа мәні деп олардың уақыт немесе ансамбль бойынша орташалануын айтамыз. Жүйені сипаттайтын температура, қысым және тығыздық секілді параметрлердің мәндері орташаланған мәндерден ауытқи бастайды. Температураның флуктуациясы–газдың кішігірім бөлігінде кинетикалық энергиялары жоғары немесе төмен бөлшектердің аз немесе көп болуынан бөліктің температурасының орташаланған мәннен өзгеше болуы. Ал қысымның флуктуациясы қарастырылып отырған газ бөлігіндегі бөлшектердің жылдамдықтары әртүрлі мәнді қабылдауы салдарынан орын алады. Жүйенің әртүрлі аймағанда бөлшектер санының бірдей болмауы тығыздық флуктуациясына әкеледі. Осы тектес флуктуациялар мардымсыз болғанымен, олар кішігірім көлем мен төменгі температурадағы жүйелердің макроскоптық қасиеттерінің елеулі өзгерістерге ұшырауына себепші бола алады. Термодинамикалық тепе-теңдік жағдайда тұрған жүйе үшін мардымсыз флуктуациялар қауіпті емес. Ал тепе-теңсіздік жүйедегі флуктуациялар макроскоптық және диссипативтік қасиеттерге елеулі ықпалын тигізеді анық. Фазалық өтулер (ауысулар) кезінде параметрлік флуктуациялар едәуір күшейеді [1,2].

Флуктуациялар теориясының негізін қалаушылар – Альберт Эйнштейн мен Мариан Смолуховскийдің броундық қозғалыс пен флуктуациялар теориясына қатысты еңбектерінде термодинамиканың екінші бастамасының статистикалық түсіндірмесі және бастаманың қолданылу шекарасы жайында баяндалған. Сонымен бірге, бұл еңбектерде флуктуация ұғымы, оны есептеу тәсілдері және олардың негізгі деген термодинамикалық параметрлермен байланысы қарастырылған. Флуктуациялардың болуы – заттың атомдық құрылымы мен жылулық қозғалыстардың хаостылығының дәлелі, ал бұл түсініктер статистикалық физиканың негізгі принциптеріне жатады. А. Эйнштейн мен М. Смолуховский және олардан басқа да ғалымдардың еңбектерінен кейін

физика ғылымында үстемдік құрып келген детерминистік динамика заңдылықтарына түзетулер енгізіліп, құбылыстар мен процестер физикалық статистиканың ықтималдылық концепцияларына негізделген заңдар бойынша түсіндіріле бастады. Мысалы, ауа тығыздығының флуктуациялық өзгерісінен аспан көк түсті болып көрінеді. Асқын қаныққан ерітінділердегі жаңа фазалық күйлердің пайда болуы, өлшеуіш құралдардың сезгіштік шегі, радиобайланыстағы кедергілердің болу себептері флуктуация теориясымен түсіндіріледі. Қазіргі заманғы зерттеушілердің жасап жатқан еңбектерінде [4-8] әртүрлі жүйелер мен күйлердің флуктуация әсерінен қасиеттерінің өзгеруіне қатысты тұжырымдамалар жасалған.

Әдіснама

Термостатпен тепе-теңдікте тұрған жүйелер *Гиббстің каноникалық үлестірім* заңына бағынады, яғни жүйелердің температурасы, бөлшектер саны және сыртқы параметрлер бекітілген (өзгермейтін) мәнде болады да, энергия мен кейбір шамалар тепе-теңділік мәндерінің маңында тербеліп тұрады. Флуктуациялары каноникалық үлестірім бойынша шешуге келмейтін күрделі есептерге (мәселелерге) кез-келген физикалық шаманың флуктуация ықтималдығын жүйенің өлшеуге болатын (өлшенетін) термодинамикалық шамалары арқылы өрнектеу тәсілі қолданылады. Бұл тәсіл бойынша, флуктуациялар жүйенің ықтималдылығы жоғары күйлерден ықтималдылығы төмен күйлерге өтуі кезінде байқалады, бұл жағдай термодинамика тілінде жүйенің энтропиясы көп күйден энтропиясы аз күйге өтуі болып табылады. Осыған сәйкес, Эйнштейн күйлердің ықтималдылығын энтропияның өзгерісі арқылы есептеуді Больцман формуласы арқылы жүргізуді ұсынған болатын.

Флуктуацияларды есептеуге (сипаттауға) арналған математикалық тәсілдер әртүрлі жүйелер мен процесстер кезінде орташа мәннен кездейсоқ ауытқуларға статистикалық және ықтималдылық тұрғысынан талдау жасауға негізделген. Бұл тәсілдер ауытқудың шамасына, табиғатына сандық баға беріп қана қоймай, олардың келесі кезеңдердегі жағдайларын да болжап бере алады. *Статистикалық талдау әдісі* мынадай ретпен жүргізіледі: дисперсия және стандарттық ауытқу; ауытқу коэффициенті; корреляциялық талдау; ықтималдылықтардың үлестірім функциясы [3]. *Спектрлік талдау әдісінде* флуктуациялар жиіліктері әртүрлі синусойдалы толқындар жиынына жіктеледі де қандай жиілік флуктуацияға көбірек үлес қосатындығы анықталады. *Фракталды талдау әдісі* флуктуациялардың ауқымын анықтайды. Кездейсоқ процестерді модельдеу үшін көбіне *Монте-Карло тәсілі* қолданылады. Мақалада жүргізілетін есептеулер кезінде келтірілген тәсілдермен қатар теориялық физиканы математикалық аппаратын құрайтын басқа да тәсілдер қолданылатын болады.

Нәтижелер мен Талқылау

Жоғарыда атап өтілгендей, термостатпен тепе-теңділікте тұрған бөлшектен құралғае жүйеге статистикалық тұрғыда сипаттама жасау барысында американдық физик Гиббс (Josiah Willard Gibbs; 1839-1903) ұсынған ансамбльдегі бір жүйеден екінші бір жүйеге

өткен кезде энергия (E) әртүрлі кездейсоқ мәндер бойынша анықталап отырады (энергия флуктуациясы). Бұл жағдай энергияға арналған үлестірім функциясының ені шектеулі екендігін білдіреді және оның салыстырмалы шамасы төмендегідей:

$$\frac{E}{\langle E \rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (1)$$

Гиббстің каноникалық үлестірімі арқылы энергия флуктуациясын дәл есептеп шығаруға болады. Ол үшін флуктуация дисперсиясын анықтап алуымыз қажет:

$$\langle (\delta E)^2 \rangle = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = \langle E^2 \rangle - U^2 \quad (2)$$

Мұндағы $U = \langle E \rangle$ – ішкі энергия:

$$U = \frac{1}{N!} \int E \lambda(E) \omega(E) dE \quad (3)$$

Бұл өрнектегі $\lambda(E)$ – статистикалық үлестірім функциясы; $\omega(E)$ – энергиялары E және $E+1$ екі гипербеттер арасындағы фазалық кеңістіктің көлемі. (3)–ке Гиббстің каноникалық үлестірімін әкеліп қойып [4], $\lambda(E)$ -ге арналған нормалау (шектеу) шартын қолдансақ, онда орташа энергия үшін төмендегі ықшамды ғана өрнекті аламыз:

$$\langle E \rangle = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V \quad (4)$$

Мұндағы F – жүйенің еркін энергиясы, ал V – жүйе үшін сыртқы параметр болып табылатын көлем. (4)–те $\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -S$ болғандықтан (S – жүйенің энтропиясы):

$$\langle E \rangle = F + TS \quad (5)$$

(4) және (5) өрнектеріндегі шамалар бойынша жүйе жайлы мынадай жағдайдалардан хабардар бола аламыз: энтропия жүйенің ретсіздік өлшемі болғандықтан, ол арқылы жұмыс ретінде қолдана алмайтын қажетсіз энергия дәрежесін анықтай аламыз. Энтропия неғұрлым жоғарылаған сайын жүйедегі ретсіздіктің сипаты да соғұрлым жоғары. Олай болса, жүйенің пайдалы жұмысқа қажетті энергияға деген мүмкіндігі аз бола береді деген сөз. Сонымен бірге, Гиббс үлестірімі жағдайында жүйенің барлық ықтимал күйлері төменгі еркін энергия мен энтальпияны, керісінше жоғары дәрежелі энтропияны иемденеді.

Дәл жоғарыда келтірілген әдіспен кездейсоқ энергия квадратының орташа мәнін есептеуге болады және оның нәтижесі төмендегі қатынаспен өрнектелген:

$$\langle E^2 \rangle = U^2 + \theta^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \theta} \right)_V \quad (6)$$

$\theta = kT$, $\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_V$ (тұрақты көлем жағдайындағы жылу сиымдылық) теңдіктерін ескеріп, ең соңында мынадай нәтижеге қол жеткіземіз:

$$\langle (\delta E)^2 \rangle = C_V (kT)^2 \quad (7)$$

Осы формуланы шығару барысында көлем тұрақты болғандықтан энергия флуктуациясы жүйенің термостатпен кездейсоқ жылу алмасуы нәтижесінде орын алады деген ұйғарым жасалған болатын [5,6]. Біратомды идеал газ жағдайына $U = \frac{3}{2} NkT$ және $C_V = \frac{3}{2} Nk$ теңдіктері сәйкес келетінін ескере отырып энергияның салыстырмалы флуктуациясы бөлшектер саны арасындағы тәуелділік (1)-шартпен дәл келетін төмендегі өрнекті шығарып алу қиын емес:

$$\sqrt{\frac{\langle (\delta E)^2 \rangle}{U}} = \sqrt{\frac{2}{3N}} \quad (8)$$

Дәл осындай жолдармен N бөлшектің флуктуациясының дисперсиясын Гиббстің үлкен каноникалық үлестірімі арқылы есептеп шығаруға болады. Анықтама бойынша

$$\langle N^2 \rangle = \int N^2 \exp \left\{ \frac{\omega + \mu N - H}{kT} \right\} \frac{d\Gamma dN}{N!} \quad (9)$$

Параметр бойынша дифференциалдауды орындап, төмендегі

$$d\Gamma = \frac{dV_{2f}}{(2\pi\hbar)^f}, \quad \left(\frac{\partial \omega}{\partial \mu} \right)_{T,V} = -\langle N \rangle, \quad (10)$$

қатынастарды ескеретін болсақ, нәтижеде флуктуация дисперсиясының төмендегідей өрнегіне қол жеткізетін боламыз:

$$\langle (\delta N)^2 \rangle = \frac{kT}{\left(\frac{\partial \mu}{\partial \langle N \rangle} \right)_{T,V}} \quad (11)$$

Дифференциалдау амалдары бөлшектердің орташа саны бойынша жүргізіледі, бұл дегеніміз бөлшектер санының орта мәннен салыстырмалы орашаланған ауытқу шамасы энрегияның салыстырмалы флуктуациясы секілді өрнекпен анықталады дегенді білдіреді, яғни

$$\sqrt{\frac{\langle (\delta N)^2 \rangle}{\langle N \rangle}} = \frac{1}{\sqrt{\langle N \rangle}} \quad (12)$$

Басқа да термодинамикалық шамалардың флуктуацияларын есептеу статистикалық үлестірімді термостаттағы жүйеге лайықтап қолдану қажет болады. Алайда, бұл тәсілден де қолайлы тағы бір жол бар, ол – энтропия мен тепе-теңділік емес күйлердің ықтималдылықтары арасындағы байланыс (Больцман принципі). Тұйық жүйенің қандай да бір бөлігінің тепе-теңділік жағдайдан ауытқу ықтималдылығы $\Omega = \exp \left(\frac{S}{k} \right)$ энтропиясымен анықталады. Тепе-теңсіз күй ықтималдылығы тығыздығының (ρ) тепе-теңділік күй ықтималдылығы тығыздығына (ρ_0) қатынасы [7]

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \exp \left\{ \frac{S - S_0}{k} \right\} \quad (13)$$

бұл өрнектен мына жағдайды байқауға болады: энтропиясы мен термодинамикалық параметрлері тепе-теңділік мәннен мардымсыз ғана өзгешелікте болатын күйлердің тепе-теңділік жағдайдан ауытқу ықтималдылықтары жоғары болады. Тепе-теңділік жағдайдан ауытқу қандай да бір термодинамикалық β параметріне байланысты болса (ол температура, көлем, қысым және т.б. болуы мүмкін), онда осы тепе-теңсіздік күй ықтималдылығының тығыздығы

$$\rho(\beta) = C \exp \left\{ \frac{S(\beta) - S(\beta_0)}{k} \right\} \quad (14)$$

Бұл қатынаста C – тұрақты, ал β_0 – тепе-теңділік мән. Жоғарыда айтылғандай, тепе-теңділіктен флуктуациялық ауытқу өте аз шама болғандықтан, яғни $|\beta - \beta_0| = x \ll \beta_0$, энтропияны $\beta = \beta_0$ нүктесі маңында Тейлор қатарына жіктеуге болады:

$$S(\beta) = S(\beta_0) + \left(\frac{\partial S}{\partial \beta} \right)_0 x + \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \beta^2} \right)_0 x^2 + \dots + \quad (15)$$

Тепе-теңділік жағдайда энтропия максималды мәнде болғандықтан мынадай белгілеу жасап алғанымыз дұрыс:

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \beta^2} \right)_0 = -\alpha, \quad \alpha > 0 \quad (16)$$

Олай болса, тепе-теңсіздік күй ықтималдылығының тығыздығы термодинамикалық шамалардың тепе-теңділік мәндерден кездейсоқ мардымсыз ауытқуларының (x) функциясы болады екен:

$$\rho(x) = c \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\langle x^2 \rangle} \right\} \quad (17)$$

Мұнда $\langle x^2 \rangle$ – термодинамикалық шамалар флуктуацияларының дисперсиясы:

$$\langle x^2 \rangle = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp \left\{ -\frac{\alpha x^2}{2} \right\} dx = \frac{1}{\alpha} \quad (18)$$

Осы келтірілген теориялық тұжырымдамалар мен формулалар бойынша басқа да термодинамикалық шамалардың флуктуациясының дисперсиясына арналған өрнектерді алуға болады [8, 9]. Ескере кететін бір жағдай, температура мен көлем флуктуациялары өзара тәуелсіз, яғни $\langle \Delta T \Delta V \rangle = 0$:

$$\langle (\Delta T)^2 \rangle = \frac{kT^2}{C_V}, \quad \langle (\Delta V)^2 \rangle = -\frac{kT}{\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T} \quad (19)$$

Ал, бұл шамалардың бір атомды идеал газ жағдайындағы салыстырмалы флуктуациялары үшін төмендегі қатынастар орындалады:

$$\frac{\sqrt{\langle (\Delta T)^2 \rangle}}{T} = \sqrt{\frac{2}{3N}}, \quad \frac{\sqrt{\langle (\Delta V)^2 \rangle}}{V} = \sqrt{\frac{1}{N}} \quad (20)$$

Тығыздықтың салыстырмалы флуктуациясына арналған өрнекті алу үшін $\rho V = m$ теңдігінен алынған тығыздық пен көлемнің өзгерістері арасындағы $\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V}$ байланысты квадраттап, содан соң орташалау керек. Нәтижеде алатынымыз:

$$\frac{\langle (\Delta \rho)^2 \rangle}{\rho^2} = \frac{\langle (\Delta V)^2 \rangle}{V^2} = \frac{kT}{V^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial V} \right)_T} \quad (21)$$

Тығыздық арқылы газдың диэлектрлік өтімділігі мен сыну көрсеткіші анықталатыны белгілі [10-13]. Критикалық күйге жақындаған кезде тығыздық флуктуациясы арта бастайды, сәйкесінші сыну көрсеткішінің флуктуациясы да көбейеді. Бұл өз кезегінде газдың жарықты шашыратуын күшейтеді.

Жоғарыда келтірілген температура мен көлем флуктуациялары дисперсиясына арналған өрнектерді пайдаланып ішкі энергия флуктуациясын есептеп шығарайық. Ол үшін алдымен бірінші дифференциалға арналған формуланы негізге ала отырып төмендегі теңдікті жазамыз:

$$\Delta U = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \Delta V + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \Delta T = \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \right] \Delta V + C_V \Delta T \quad (22)$$

Осы өрнектің екі жағын да квадраттап, сонан соң орташалаған соң мынадай нәтижеге қол жеткіземіз:

$$\langle (\Delta U)^2 \rangle = -kT \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \right]^2 \Delta V + C_V kT^2 \quad (23)$$

Жүйенің тепе-теңді күйден флуктуациялық күйге өтуін зерттеге қолайлы болып табылатын осы қарастырылған тәсіл арқылы термодинамикалық параметрлердің флуктуацияларын бағалаумен бірге белгілі бір ортадағы макродененің күйін сипаттайтын механикалық шамалардың да флуктуацияларын есептеуге болады [14-16]. Айталық, тепе-теңділік жағдайдағы сұйық немесе газда массасы M дене тыныштықта тұрған болсын. Орта молекулаларының соққылауы нәтижесінде дененің массалар центрі бейберекет қозғалыстар жасауға мәжбүр болады. Дененің осы флуктуациялық күйі массалар центрі жылдамдығының кездейсоқ v мәні арқылы сипатталатын болады. Денені қозғалыссыз тепе-теңділік күйден флуктуациялық күйге өткізу үшін атқарылатын ең аз жұмыстың мөлшері кинетикалық энергияның өзгерісіне тең: $A = \frac{Mv^2}{2}$. Осы арқылы флуктуациялық күй ықтималдылығының тығыздығын анықтауға болады:

$$\rho = \exp \left\{ -\frac{A}{kT} \right\} \quad (24)$$

Мұндағы T – тепе-теңділік жағдайдағы ортаның температурасы. Алынған теңдікті қалыпты үлестіріммен салыстыра отырып дененің флуктуациялық жылдамдығының дисперсиясына арналған өрнекті жазуға болады:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{kT}{M} \quad (25)$$

Сонымен бірге, бұл қатынас броундық қозғалысты да сипаттауға қауқарлы.

Қорытынды

Мақаладағы негізгі ой (идея) көп бөлшекті жүйедегі флуктуацияларды статистикалық тұрғыда сипаттау болатын және ол өз нәтижесіне (межесіне) жетті деуге болады. Гиббстің каноникалық үлестірімі бойынша кездейсоқ жылу алмасулардың салдарынан орын алатын энергия, бөлшектер саны флуктуациялары мен олардың дисперсиясы және кездейсоқ энергия квадратының орташа мәні есептелді. Осы есептеулерді бір атомды идеал газға қолдана отырып газ энергиясының салыстырмалы флуктуациясына арналған формуласы алынды. Энтропия мен тепе-теңділік емес күйлердің ықтималдылықтары арасындағы байланыстарды басшылыққа алатын әдіс бойынша термодинамикалық шама флуктуациясының дисперсиясына арналған өрнек пен тепе-теңсіздік күй ықтималдылығы тығыздығын есептейтін формулаға қол жеткізілді. Сол арқылы тепе-теңсіздік күй ықтималдылығының тығыздығы термодинамикалық шамалардың тепе-теңділік мәндерден кездейсоқ мардымсыз ауытқуларының функциясы екендігі дәлелденді. Аталған өрнектер мен формулаларды қолдана отырып бір атомды идеал газ жағдайы үшін температура, көлем және тығыздық флуктуацияларының дисперсиясы мен осы шамалардың салыстырмалы флуктуацияларына арналған өрнектері шығарылып көрсетілді. Солар арқылы ішкі энергияның флуктуациясын есептеуге де мүмкіндік туды. Термодинамикалық параметрлердің флуктуацияларымен бірге белгілі бір ортадағы макроскоптық дененің күйін сипаттайтын механикалық шамалардың да флуктуацияларын есептеуге болатын жағдай ретінде тепе-теңділіктегі сұйықтағы (немесе газдағы) тыныштықта тұрған дененің орта молекулаларының соққылауы салдарынан флуктуациялық күйге өтуі қарастырылып, флуктуациялық күй ықтималдылығының тығыздығы мен дененің флуктуациялық жылдамдығының дисперсиясы есептеп шығарылды.

Флуктуациялардың түрлі ғылым және өнеркәсіп салаларында қолданысына қысқаша тоқталып өтейік. 10^{23} бөлшек қамтылған макрожүйелерде флуктуацияның салыстырмалы амплитудасы көп бөлшек заңына сәйкес мардымсыз аз, ал наномасштаб жағдайында параметрлердің салыстырмалы флуктуациясы жоғары дәрежелі көрсеткіштермен өлшенеді. Әсіресе, заманауи нанотехнологиялық деңгейдегі флуктуацияларды зерттеудің маңызы зор. Наножүйелердегі флуктуациялардың екі жақтылы табиғаты бар: жылулық және кванттық. Графенді транзисторлар секілді наноэлектрондық қондырғыларда өткізгіштік флуктуациясының маңыздылығы жоғары. Наномеханикалық жүйелердегі кездейсоқ тербелістер жүйені құрылымдық қайта құруларға және оның функционалдылық сипаттамаларының өзгерісіне әкеледі. Наножүйелердегі флуктуацияларды зерттеудің өзектілігі мына жағдайларға байланысты: электроника мен сенсорлар үшін орнықты наноқондырғылар жасау; функционалды элементтерді шағындау; басқарылатын флуктуацияларды жаңа технологияларға қолдану.

Плазмалық флуктуациялар плазманың диагностикасында қолданылады, дәлірек айтқанда: токтар мен магнит өрістерінің сипаттамаларын анықтауда; плазмалық ортаның пішіні мен орнын белгілеуде; плазманың газдыгинетикалық қысымын

бағалауда. Аталған тәсілдердің көмегімен токамактар мен разрядтардағы магнит өрістері арқылы жоғары температуралы плазманы ұстап тұру шарасы іске асырылады. Бұлар электромагниттік датчиктер көмегімен магнит өрісін өлшеу және оның өзгерістерін тіркеуге негізделген.

Авторлардың қосқан үлесі.

Т.Б. Қоштыбаев – мақала теориялық және математикалық физика саласына қатысты болғандықтан оның тақырыбына сәйкес келетін идеялар мен ұсыныстарды жасап, мақаланың жазылу жоспарын жасаушы. Сонымен бірге, мақала мәтініндегі бірқатар есептеулерді орындап, өрнек немесе формула түріндегі нәтижелерді алған. Атап айтқанда, энергия флуктуациясы, бөлшектер саны флуктуациясының дисперсиясы мен кездейсоқ энергия квадратының орташа мәнін; бір атомды идеал газ энергиясының салыстырмалы флуктуациясына арналған және термодинамикалық шама флуктуациясының дисперсиясына арналған жалпыламалық өрнекті, тепе-теңсіздік күй ықтималдылығы тығыздығын есептейтін формула. Мақаланың талапқа сай рәсімделуіне де атсалысқан. Тақырыпқа сай қазіргі заманғы зерттеулерді саралап, әдебиеттер тізімін жасауға үлес қосқан. Ілеспе хатты әзірлеп, редакцияға жолдауды іске асырды.

А.М. Татенов – мақаланың аңдастпасын үш тілде жасаушы және қорытынды бөлімдегі флуктуацияның наножүйелер мен плазмадағы қолданысын орындаушы. Осылармен бірге, пайдаланылған әдебиеттер тізіміндегі дереккөздердегі тақырыптың ауқымын белгілеуші. Есептеу амалдарындағы нәтижелердің дұрыстығын қайта тексеруден өткізді. Тәжірибелі ғалым-ұстаз ретінде мақаланың өн бойындағы процестерге кеңес беруші.

М.Е. Алиева – бір атомды идеал газ жағдайы үшін температура, көлем және тығыздық флуктуацияларының дисперсиясы мен осы шамалардың салыстырмалы флуктуацияларына арналған өрнектері шығарып көрсетті. Сонымен бірге, энергияның флуктуациясын есептеді. Мақаланың талапқа сай рәсімделуіне де атсалысқан, аңдатпаның орыс және ағылшын мәтіндерін жазды, әдебиеттер тізімінің ағылшын нұсқасын жасады және мақаланы сайт арқылы редакцияға жолдады.

К.К. Жантлеуов – мақаладағы барлық математикалық есептеулерді тексеріп шықты және жүйенің тепе-теңді күйден флуктуациялық күйге өтуін сипаттайтын тәсіл арқылы термодинамикалық параметрлердің флуктуацияларымен бірге белгілі бір ортадағы макроскоптық дененің күйін сипаттайтын механикалық шамалардың да флуктуацияларын есептеуге болатын жағдайлардың математикалық негіздемесін жасады. Әдебиеттер тізімін жасақтауға атсалысты.

Әдебиеттер тізімі

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Статистическая физика (Физматлит, Москва, 2010), с. 616
2. В.Л. Матухин, Е.В. Шмидт, Основы статистической физики (Казан. гос. ун-т, Казань, 2018), с. 84
3. А. В. Кузнецов, Термодинамика (Изд во Урал. ун та, Екатеринбург, 2023), с. 196

4. Г. А. Мартынов, Фазовые переходы и флуктуации в классической статистической механике, Теплофизика высоких температур. №4, с. 627-630 (2017), DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364417040123>
5. В.А. Грачев, Термодинамическая характеристика взаимодействия фаз при плавке чугуна в условиях температурных флуктуаций, Известия высших учебных заведений. Черная Металлургия. № 60 (5), с. 391-397 (2017), DOI: <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2017-5-391-397>
6. Е.В. Фоминов, В.Е. Гвинджилия, А.А. Марченко, К.Г. Шучев, Влияние периодических флуктуаций параметров режимов резания на температуру передней поверхности токарного резца, Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). Машиностроение и машиноведение. № 25 (1), с. 32-42 (2025), DOI: <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-1-32-42>
7. А.Н. Павлов, О.Н. Павлова, А.А. Короновский, Модифицированный метод флуктуационного анализа нестационарных процессов, Письма в журнал технической физики, №6, с. 47-50 (2020), DOI: <https://doi.org/10.21883/PJTF.2020.06.49166.18136>
8. И. И. Наркевич, Е. В. Фарафонтова, Статистическое исследование флуктуации поля плотности в сферических молекулярных наночастицах, Труды БГТУ. Серия физико-математические науки и информатика, № 2 (284), с. 25-30 (2024), DOI: <https://doi.org/10.52065/2520-6141-2024-284-4>
9. I. I. Narkevich, E. V. Farafontova, Two-level statistical description of structure of homogeneous macroscopic system and spherical crystalline nanoparticles, Nanoscience and Technology: International Journal 10 (4), p. 365-376 (2019), DOI: <https://doi.org/10.52065/2520-6141-2021-248-2-41-46>
10. Г. М. Батанов, В. Д. Борзосексов, А. К. Горшенин, К. А. Сарксян, В. Д. Степахин, Н. К. Харчев, Изменение статистических характеристик турбулентных флуктуаций плотности плазмы при транспортном переходе в стеллараторе Л-2М, Физика плазмы, № 7, с. 599-612 (2022), DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292122100092>
11. G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, N. K. Kharchev, A. A. Letunov, D. V. Malakhov, K. A. Sarksyian, D. G. Vasilkov, Spatiotemporal evolution of turbulent plasma density fluctuations and of their kurtosis value during modulated ECRH at the L-2M stellarator, 46th EPS Conference on Plasma Physics, 8-12 July, 2019, Milan, Italy, proceedings, P2.1095. DOI: <http://ocs.ciemat.es/EPS2019PAP/pdf/P2.1095.pdf>
12. Л. И. Буров, А. С. Горбачевич, П. М. Лобацевич, Влияние различных источников флуктуаций на статистические характеристики выходного излучения поверхностно излучающих полупроводниковых лазеров, Журнал Белорусского государственного университета. Физика, № 3, с. 12-21 (2019), DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-12-21>
13. B. Park, A. Pitňa, J. Šafránková, et al. Change of spectral properties of magnetic field fluctuations across different types of interplanetary shocks, The Astrophysical Journal Letters 954 (2), (2023), DOI: <https://doi.org/10.3847/2041-8213>
14. A. Pitňa, J. Šafránková, Z. Němeček, et al. Turbulence upstream and downstream of interplanetary shocks, Frontiers in Physics Vol. 8, no. 626768 (2021), DOI: <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.626768>
15. V. P. Koshcheev, D. A. Morgun, T. A. Panina, Y. N. Shtanov, Influence of Quantum Fluctuations on the Stochastic Dynamics of the Channeling Effect of Relativistic Electrons and Positrons, Journal of Surface Investigation. X-ray Synchrotron and Neutron Techniques 6 (1), p. 168-171 (2021), DOI: <https://doi.org/10.33581/2525-2243-2021-3-13-11>
16. A. V. Kolesnichenko, B. N. Chetverushkin, Kinetic derivation of a quasihydrodynamic system of equations on the base of nonextensive statistics, Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling 28 (6), p. 547-576 (2022), DOI: <https://doi.org/10.1515/rnam-2013-0031>

Т.Б. Коштыбаев¹, А.М. Татенов¹, М.Е. Алиева^{*2}, К.К. Жантлеуов²

¹Казахский национальный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан
(E-mail: moldir-2008@mail.ru)

Флуктуации в больших классических системах

Аннотация. На основе статистических закономерностей описаны флуктуации в много-частичной системе Гиббсовского ансамбля, находящейся в тепловом равновесии с термостатом. В частности, были рассчитаны на основе канонических распределений Гиббса флуктуация энергии в случайных тепловых обменах, дисперсия флуктуаций числа частиц и среднее значение квадрата случайной энергии. В соответствии с результатами этих расчетов также была получена формула для относительных флуктуаций энергии одноатомного идеального газа. Для расчета флуктуаций любой физической величины необходимо выразить изменение энтропии через эту величину. На основе этого широко используемого термодинамического принципа и с учетом взаимосвязи вероятностей энтропий и неравновесных состояний была выведена обобщенная формула для дисперсии флуктуации термодинамической величины, а также формула для расчета плотности вероятности неравновесного состояния. С помощью полученной формулы было выявлено, что плотность вероятности неравновесного состояния есть функция малых случайных отклонений термодинамических величин от их равновесных значений. С использованием полученных результатов были выведены выражения для дисперсий флуктуаций температуры, объема и плотности для одноатомного идеального газа, а также для относительных флуктуаций этих величин. Кроме того, была вычислена флуктуация внутренней энергии. Используя метод, рассматривающий переход системы из равновесного состояния в флуктуационное, наряду с флуктуациями термодинамических параметров были представлены критерий, с помощью которых можно вычислить флуктуаций механических величин, описывающих состояние макроскопического тела в определенной среде. В частности, рассматривается переход покоящегося тела в флуктуационное состояние в результате ударов молекул жидкости (или газа) и были вычислены плотность вероятности флуктуационного состояния и дисперсия флуктуационной скорости тела. Результаты были проанализированы и сделаны выводы, а также предоставлена информация о применениях флуктуаций в наносистемах и плазме.

Ключевые слова: флуктуация, равновесное состояние, термодинамические параметры, дисперсия, энергия, температура, объем.

T.B. Koshtybayev¹, A.M. Tatenov¹, M.E. Aliyeva^{*2}, K.K. Zhantleuov²

¹Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

²Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
(E-mail: moldir-2008@mail.ru)

Fluctuations in large classical systems

Abstract. Based on statistical regularities, this paper describes fluctuations in a multi-particle system of the Gibbs ensemble that is in thermal equilibrium with a thermostat. In particular, using Gibbs'

canonical distributions, we calculate energy fluctuations during random thermal exchanges, the variance of particle number fluctuations, and the mean square of random energy. According to the results of these calculations, a formula for the relative energy fluctuations of a monoatomic ideal gas was also obtained. To calculate the fluctuations of any physical quantity, it is necessary to express the entropy variation in terms of that quantity. Based on this widely used thermodynamic principle, and taking into account the relationship between entropy probabilities and non-equilibrium states, a generalized formula for the variance of thermodynamic quantity fluctuations was derived, along with a formula for calculating the probability density of a non-equilibrium state. Using the resulting formula, it was shown that the probability density of a non-equilibrium state is a function of small random deviations of thermodynamic quantities from their equilibrium values. Based on these results, expressions were derived for the variances of temperature, volume, and density fluctuations in a monoatomic ideal gas, as well as for the relative fluctuations of these quantities. Additionally, internal energy fluctuation was calculated. Using a method that considers the transition of a system from an equilibrium state to a fluctuating one, along with thermodynamic parameter fluctuations, a criterion was presented that enables the calculation of fluctuations in mechanical quantities that describe the state of a macroscopic body in a given medium. In particular, the transition of a resting body to a fluctuating state due to molecular impacts from a fluid (or gas) was considered, and the probability density and variance of the fluctuating velocity of the body were calculated. The results were analyzed and conclusions were drawn, and information on the applications of fluctuations in nanosystems and plasmas was provided.

Keywords: fluctuation, equilibrium state, thermodynamic parameters, variance, energy, temperature, volume.

References

1. L.D. Landau, E.M. Lifshic, *Teoreticheskaja fizika. Statisticheskaja fizika* [Theoretical physics. Statistical physics] (Fizmatlit, Moscow, 2010), p. 616 [in Russian].
2. V. L. Matuhin, E. V. Shmidt, *Osnovy statisticheskoy fiziki* [Fundamentals of Statistical Physics] (Kazan State University, Kazan, 2018), p. 84 [in Russian].
3. A.V. Kuznetsov, *Termodinamika* [Thermodynamics] (Ural Publishing House. University of Yekaterinburg, 2023), p. 196 [in Russian].
4. G.A. Martynov, *Fazovye perehody i fluktuacii v klassicheskoy statisticheskoy mehanike* [Phase transitions and fluctuations in classical statistical mechanics], *Teplofizika vysokih temperatur* [High temperature thermophysics] №4, p. 627-630 (2017), DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364417040123> [in Russian]
5. V.A. Grachev, *Termodinamicheskaja harakteristika vzaimodejstvija faz pri plavke chuguna v uslovijah temperaturnyh fluktuacij* [Thermodynamic characteristics of phase interaction during melting of cast iron under conditions of temperature fluctuations], *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Chernaja Metallurgija* [News of higher educational institutions. Ferrous Metallurgy] № 60 (5), p. 391-397 (2017), DOI: <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2017-5-391-397> [in Russian]
6. E.B. Fominov, V. E. Gvindzhilija, A. A. Marchenko, K. G. Shuchev, *Vlijanie periodicheskikh fluktuacij parametrov rezhimov rezanija na temperaturu perednej poverhnosti tokarnogo rezca* [The effect of periodic fluctuations in the parameters of cutting modes on the temperature of the front surface of the turning tool], *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). Mashinostroenie i mashinovedenie*

[Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). Mechanical engineering and machine science] № 25 (1), p. 32-42 (2025),

DOI: <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-1-32-42> [in Russian]

7. A. N. Pavlov, O. N. Pavlova, A. A. Koronovskij, Modificirovannyj metod fluktuacionnogo analiza nestacionarnykh processov [A modified method of fluctuation analysis of unsteady processes], Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoy fiziki [Letters to the Journal of Technical Physics], №6, p. 47-50 (2020),

DOI: <https://doi.org/10.21883/PJTF.2020.06.49166.18136> [in Russian]

8. I. I. Narkevich, E. V. Farafontova, Statisticheskoe issledovanie fluktuatsii polja plotnosti v sfericheskikh molekuljarnykh nanochastichah [Statistical study of density field fluctuations in spherical molecular nanoparticles], Trudy BGTU. Seriya fiziko-matematicheskie nauki i informatika [Proceedings of BSTU. Series of physical and mathematical sciences and computer science], № 2 (284), p. 25-30 (2024),

DOI: <https://doi.org/10.52065/2520-6141-2024-284-4> [in Russian]

9. I. I. Narkevich, E. V. Farafontova, Two-level statistical description of structure of homogeneous macroscopic system and spherical crystalline nanoparticles, Nanoscience and Technology: International Journal 10 (4), p. 365-376 (2019),

DOI: <https://doi.org/10.52065/2520-6141-2021-248-2-41-46>

10. G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, A. K. Gorshenin, K. A. Sarksjan, V. D. Stepahin, N. K. Harchev, Izmenenie statisticheskikh harakteristik turbulentnykh fluktuatsij plotnosti plazmy pri transportnom perehode v stellaratore L-2M [Changes in the statistical characteristics of turbulent plasma density fluctuations during a transport transition in the L-2M stellarator], Fizika plazmy [Plasma Physics], № 7, p. 599-612 (2022), DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292122100092> [in Russian]

11. G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, N. K. Kharchev, A. A. Letunov, D. V. Malakhov, K. A. Sarksyanyan, D. G. Vasilkov, Spatiotemporal evolution of turbulent plasma density fluctuations and of their kurtosis value during modulated ECRH at the L-2M stellarator, 46th EPS Conference on Plasma Physics, 8-12 July, 2019, Milan, Italy, proceedings, P2.1095. DOI: <http://ocs.ciemat.es/EPS2019PAP/pdf/P2.1095.pdf>

12. L. I. Burov, A. S. Gorbacevich, P. M. Lobacevich, Vliyanie razlichnykh istochnikov fluktuatsij na statisticheskie harakteristiki vyhodnogo izlucheniya poverhnostno izluchajushhih poluprovodnikovyykh lazerov [The effect of various sources of fluctuations on the statistical characteristics of the output radiation of surface-emitting semiconductor lasers], Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika [Journal of the Belarusian State University. Physics], № 3, p. 12-21 (2019),

DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-12-21> [in Russian]

13. B. Park, A. Pitňa, J. Šafránková, et al. Change of spectral properties of magnetic field fluctuations across different types of interplanetary shocks, The Astrophysical Journal Letters 954 (2), (2023), DOI: <https://doi.org/10.3847/2041-8213>

14. A. Pitňa, J. Šafránková, Z. Němeček, et al. Turbulence upstream and downstream of interplanetary shocks, Frontiers in Physics Vol. 8, no. 626768 (2021), DOI: <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.626768>

15. V. P. Koshcheev, D. A. Morgun, T. A. Panina, Y. N. Shtanov, Influence of Quantum Fluctuations on the Stochastic Dynamics of the Channeling Effect of Relativistic Electrons and Positrons, Journal of Surface Investigation. X-ray Synchrotron and Neutron Techniques 6 (1), p. 168-171 (2021),

DOI: <https://doi.org/10.33581/2525-2243-2021-3-13-11>

16. A. V. Kolesnichenko, B. N. Chetverushkin, Kinetic derivation of a quasihydrodynamic system of equations on the base of nonextensive statistics, Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling 28 (6), p. 547-576 (2022), DOI: <https://doi.org/10.1515/rnam-2013-0031>

Авторлар туралы мәліметтер:

Қоштыбаев Т.Б. – физика–математика ғылымдарының кандидаты, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының профессоры м.а., Әйтеке би көшесі, 99, 050000, Алматы, Қазақстан

Алиева М.Е. – хат-хабар авторы, жаратылыстану ғылымдарының магистрі, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті физика кафедрасының аға оқытушысы, Достық даңғылы, 13, 050000, Алматы, Қазақстан

Татенов А.М. – физика–математика ғылымдарының кандидаты, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті физика кафедрасының профессоры м.а., Әйтеке би көшесі, 99, 050000, Алматы, Қазақстан

Жантлеуов К.К. – физика–математика ғылымдарының кандидаты, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті математика кафедрасының доценті м.а., Достық даңғылы, 13, 050000, Алматы, Қазақстан

Koshtybayev T.B. – Candidate of physical and mathematical sciences, Acting Professor, Department of Physics, Kazakh National Women's Pedagogical University, Aiteke bi street, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan

Tatenov A.M. – Candidate of physical and mathematical sciences, Acting Professor, Department of Physics, Kazakh National Women's Pedagogical University, Aiteke bi street, 99, 050000, Almaty, Kazakhstan

Aliyeva M.E. – corresponding author, Master of sciences, Senior lecturer, Department of Physics, Abai Kazakh National Pedagogical University, Dostyk Ave., 13, 050000, Almaty, Kazakhstan

Zhantleuov K.K. – Candidate of physical and mathematical sciences, Acting Associate Professor of the Department of Mathematics and Mathematical Modeling, Abai Kazakh National Pedagogical University, Dostyk Ave., 13, 050000, Almaty, Kazakhstan

Қоштыбаев Т.Б. – кандидат физико–математических наук, и.о. профессора кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, ул. Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан

Алиева М.Е. – автор для корреспонденции, магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры физики Казахского национального педагогического университета имени Абая, пр. Достык, 13, 050000, Алматы, Казахстан

Татенов А.М. – кандидат физико–математических наук, и.о. профессора кафедры физики Казахского национального женского педагогического университета, ул. Айтеке би, 99, 050000, Алматы, Казахстан

Жантлеуов К.К. – кандидат физико–математических наук, и.о. доцента кафедры математики Казахского национального педагогического университета имени Абая, пр. Достык, 13, 050000, Алматы, Казахстан



Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).