



XҒТАР 539.1.01

<https://doi.org/10.32523/2616-6836-2025-151-2-60-76>

Ғылыми мақала

Уранның деформацияланған изотоптарының ядролық модельдеуіндегі әсерлесуші бозондар үлгісі

А. Дәлелханқызы^{1*}, Н. Қойлық¹, Г. Баймбетова², Г. Қаптағай¹, С. Тоқтарбай³,
А. Бейсебаева⁴, А. Көпенбаева¹

¹Қазақ ұлттық педагогикалық қыздар университеті, Алматы, Қазақстан

²Абай атындағы қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

³Әл-Фараби атындағы қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

⁴Қ.И. Сатпаев атындағы қазақ ұлттық зерттеу университеті, Алматы, Қазақстан

(E-mail: ainur1179@mail.ru)

Андатпа. Ядролық физика саласындағы өзекті әрі күрделі мәселелердің бірі – нуклондар арасындағы әсерлесу процестерін тұтас және толық қамтитын әмбебап теорияның әлі де қалыптаса қоймағандығында. Бұл өзара әрекеттесу құбылыстары айрықша күрделілікпен ерекшеленеді және оларды сипаттау үшін ядролық жүйелердің ішкі құрылымдық параметрлерін, соның ішінде потенциалдық өрістер мен нуклондардың орташаланған қозғалыс заңдылықтарын ескеру қажет. Ядролардың төмен энергия деңгейлеріндегі күй-кешендері, әдетте, белгілі бір модельдік тұжырымдамалар аясында қарастырылады. Мұндай модельдерде нуклондар орташа потенциалдық өрісте қозғалады деп есептеледі, әрі олардың арасындағы өзара әрекет тек қана екі бөлшек арасындағы күштермен шектеледі. Осыған ұқсас аналогияны электрондардың атом ішіндегі қозғалысынан көруге болады, дегенмен, ядролық күштер табиғаты жағынан мүлде өзгеше, яғни күшті және қысқа арақашықтықта әсер ететін сипатқа ие.

Ядро құрылымын зерттеудегі ерекше маңызды аспектілердің бірі – ұжымдық қозғалыстар, яғни нуклондардың бірлесе отырып орындайтын үйлесімді тербеліс немесе айналу процестері. Бұл қозғалыстар ядроның ішкі құрылымын сипаттайтын негізгі спектрлік параметрлерге тікелей ықпал етеді. Теориялық тұрғыдан алғанда, бұл құбылыстарды алғаш болып терең зерттеген О. Бор мен Б. Моттelson болды. Олар ядроның геометриялық пішінін сипаттайтын модельдер шеңберінде ұжымдық қозғалыстардың физикалық табиғатын түсіндіріп, деформациялық сипаттамалармен байланыстырды. Атап айтқанда, төмен энергия деңгейлерінде байқалатын бұл қозулардың квадрупольдік деформация параметрімен өзара тығыз байланыста екендігі дәлелденді.

Осы ғылыми жұмыс аясында біз бозондық модельдерге негізделген және SU(5) симметриясын пайдаланатын теориялық тәсілді қолданамыз. Мақ-

Жіберілді 06.05.2025. Өзгертілді 03.06.2025. Қабылданды 04.06.2025. Онлайн қол жетімді 25.06.2025.

¹ *хат-хабар үшін автор

сатымыз – сфероидтық пішінді Уран элементінің үш түрлі изотопының құрылымын сандық түрде сипаттау. Бұл ретте ядроның энергетикалық деңгейлері мен электромагниттік сәулелену ықтималдығын анықтайтын $B(E2)$ өтпелі ықтималдық параметрі есептеліп, алынған нәтижелерді қолда бар эксперименттік деректермен салыстырамыз. Зерттеу нәтижелері ядролық модельдердің дәлдігін бағалауға және ядролық құрылымдарды сипаттаудың тиімділігін арттыруға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: атом ядросы; спектрлер; гамма ауысу.

Кіріспе

Соңғы жылдары ядролық физика саласында күрделі ядролық жүйелердің төмен энергиялы күйлерін сипаттауға бағытталған жаңа теориялық тәсілдер қарқынды түрде дамып келеді. Осы бағыттардың ішінде айрықша назар аудартатыны – бозондық модельдерге негізделген формализм. Бұл әдістеме көп нуклонды жүйелердің ұжымдық динамикасын сипаттауда аса тиімді болып отыр. Әсіресе, бұл модель ядролардағы ұжымдық қозғалыстардың негізінде жатқан симметрияларды анықтау арқылы қарапайымнан күрделіге өтетін құрылымдарды жүйелі түсіндіруге мүмкіндік береді. Бастапқыда нуклондардың қозғалысы мен олардың кеңістікте орналасуы классикалық механикалық тұрғыда қарастырылса, қазіргі заманғы теориялар бұл қозғалыстардың деформацияланған ядролық конфигурациялар арқылы пайда болатынын көрсетіп отыр.

Бозондық модельдердің тиімділігі – олардың симметрия негізінде құрылған алгебралық құрылымдары мен Гамильтон операторы арқылы күрделі жүйелерді ықшам және нақты түрде сипаттай алатындығында. Бұл тәсіл арқылы ядролық құрылымның маңызды аспектілерінің бірі – энергетикалық деңгейлер мен ұжымдық тербелістердің арасындағы байланыстар ашылады. Жүйенің симметриялары $SU(6)$ сияқты унитарлық топтар арқылы анықталып, олардың ішкі құрылымы $SU(3)$ және $O(3)$ топтарына дейінгі асимптотикалық шектерге $SU(6) \supset SU(3) \supset O(3)$ жіктеледі. Бұл математикалық құрылым ядроның сферикалық, ротациялық және деформацияланған конфигурацияларын жүйелі түрде сипаттауға мүмкіндік береді.

Осыған байланысты аталған зерттеудің басты мақсаты – төмен энергиялы күйлердің симметриялық табиғатын түсіндіру және ядролық конфигурацияларды анықтауда бозондық модельдерді қолданудың аналитикалық мүмкіндіктерін көрсету. Бұл әдіс теориялық тұрғыдан ғана емес, тәжірибелік деректермен үйлесімділігімен де ерекшеленіп, ядролық физиканың заманауи мәселелерін шешуге тың серпін береді.

Әдіснама

$SU(6) \supset SU(3) \supset O(3)$ тізбегінің жалпылама сипаттамалары

Симметриялық тәсілдерді біз уран ядросының әртүрлі изотоптарын зерттеуде қолданамыз. Бұл ретте теориялық модель тек бастапқы деңгейдегі қозулармен шектеліп қоймай, екінші реттік кванттау әдістері арқылы толқындық функциялардың да сипатын

анықтауға мүмкіндік береді. Осылайша, кванттық күйлердің классификациясы мен олардың энергетикалық сипаттамалары нақты жүйеленіп, нәтижелерді эксперименттік деректермен салыстыруға қолайлы жағдай жасалады.

Осы модельге сәйкес пайдаланылатын гамильтонианның жалпылама түрі төмендегідей түрде беріледі:

$$H = \varepsilon N_d + \alpha_0 S_z S_z + \alpha_1 I + \alpha_2 Q Q + \alpha_3 Q_3 M Q_3 M + \alpha_4 Q_4 M Q_4 M \quad (1.1)$$

Мұндағы әртүрлі операторлар бозондар арасындағы өзара әсерлесу сипатын, сондай-ақ олардың туындау және жойылу процестерін сипаттайды. Бұл операторлар негізінде келесі бозондық қосақтау операторы енгізіледі:

$$B_{ij} = b_i^+ b_j, \quad b_j = B_{ij}^+, \quad i, j = 1, \dots, A, \quad (1.2)$$

Бұл операторлар j күйіндегі бозонды i күйіне ауыстырады, олар өзара тұйық алгебра құру үшін

$$[B_{ij}, B_{kl}] = \delta_{jk} B_{il} - \delta_{il} B_{kj} \quad (1.3)$$

Кванттық бозондық кеңістіктердегі топтық симметрияларды сипаттайтын B_{ij} операторлары $U(G)$ унитарлық тобының генераторлары ретінде қарастырылады. Толық көпбозондық күй кеңістігін құру және ондағы күйлердің кванттық сипаттамаларын анықтау үшін, ішкі топтық құрылымға негізделген инвариантты тензорлық алгебра қажет. Бұл ішкі симметриялар көмегімен толық толқындық функцияларды конструкциялап, кванттық сандарды нақтылауға болады. Осы мақсатта біз үлкен $U(G)$ тобының ішкі редукциялық тармақталуын жүзеге асырып, редукциялық базистердің көмегімен жаңа функцияларды жүйелі түрде құруға мүмкіндік аламыз. Бұл ретте қай базис тізбегінің физикалық модельде шешуші рөл атқаратыны таңдалатын динамикалық механизммен тығыз байланысты.

Аталған редукциялық процедураны жүзеге асыруда біз (1.2) формуласында көрсетілген қосарланған операторларды, яғни мультипольдік дәрежесі (LM) болатын тензорлық операторларды қолданамыз. Бұл операторлар толық бұрыштық моменттер бойынша келесі түрде сипатталады:

$$B_{ij}^{LM} = B_{LM}(l_i x_i, l_j x_j) = (b_i, b_j)_{LM} = \sum_{m_1 m_2} (-)^{l_i + l_j + m_j} \sqrt{2L + 1} \begin{pmatrix} l_i & L & l_j \\ m_i & M & -m_j \end{pmatrix} B(l_i m_i x_i, l_j m_j x_j) \quad (1.4)$$

Мысал ретінде, толық бұрыштық момент операторын көрсетуге болады. Ол келесі түрде жазылады:

$$I_M = \sum_{l_x} (-)^{l^- + 1} \sqrt{\frac{l(l+1)(2l+1)}{3}} B_{1M}(l_x, l_x) \quad (1.5)$$

(1.5) формуласында келтірілгендей, бұрыштық моменттердің қосындысы нақты мультипольдік операторлар арқылы анықталады. Бұл операторлардың коммутаторлық

қасиеттерін (1.4) формуласына сүйене отырып тексеру мүмкіндігі де қарастырылады.

$$[B_{LM}^{ij}, B_{LM}^{ij}] = \sqrt{(2l+1)(2L+1) \sum_{\Lambda\lambda} (2\Lambda+1)(-)^{l_i+l_j+l'_i+l'_j}} \times \begin{pmatrix} \Lambda & L & L' \\ -\lambda & M & M' \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$\left[\delta_{ji}(-)^{l_i+L+L'+\Lambda} \begin{Bmatrix} L & L' & \Lambda \\ l'_j & l_i & l'_i \end{Bmatrix} B_{\Lambda\lambda}^{ij'} - \delta_{ij'}(-)^{l_i} \begin{Bmatrix} L & L' & \Lambda \\ l'_i & l_j & l_i \end{Bmatrix} B_{\Lambda\lambda}^{ij'} \right]$$

Ол операторларды мына түрде нормалап, Казимир операторын табамыз:

$$C_\Gamma = 2 \sum_{ijLM} (-)^M B_{LM}^-(ij) B_{L-M}^-(ij) \quad (1.7)$$

Кванттық механиканың күрделі жүйелерін талдауда маңызды рөл атқаратын операторлардың ішінде Казимир операторы ерекше орын алады. Формулада келтірілген (1.7), C_Γ арқылы белгіленген бұл оператор, әртүрлі кванттық күйлер арасындағы байланысты сипаттайтын $B_{LM}^-(ij)$ элементтерін қамтиды. Мұндағы қосынды j, j', L, M индекстері бойынша жүргізіледі, бұл оператордың қарастырылып отырған жүйенің толық сипаттамасын қамтуға бағытталғанын көрсетеді. $(-1)^{L-M}$ көбейткіші бұрыштық моменттің әртүрлі проекцияларының фазалық ерекшеліктерін ескереді.

Бозондық жүйелер үшін квазиспиндік операторлар ұғымы енгізіледі:

$$S_\Gamma = \sum_{lm} (-)^m b_{lm} b_{l-m}; \quad S_\Gamma^+ = \sum_{lm} b_{lm}^+ b_{l-m}^+ (-)^m \quad (1.8)$$

Енді, осы квазиспиндік операторларды пайдалана отырып, бастапқы Казимир операторын (1.9) түрінде қайта жазуға болады:

$$C_\Gamma = N(N + \Gamma - 2) - (S_\Gamma^+ S_\Gamma) \quad (1.9)$$

Гамильтониандарды тек қана кейбір инвариантты операторлар арқылы өрнектеген дұрыс болады. Ондай инвариант операторларды Казимир операторлары деп те атайды. Сондықтан осы түрін келтіре аламыз

$$S_\Gamma^+ S_\Gamma = (N - \nu)(N + \Gamma + \nu - 2) \quad (1.10)$$

Кванттық жүйелердегі бозондық операторлардың симметриялы қасиеттерін сипаттау үшін теңдеулер жүйесі пайдаланылады. Бұл жерде ν – бозондардың жалпы саны, яғни жүйедегі сенсорлық кванттар саны ретінде қарастырылады. Біз Γ – өлшемді кеңістікте жүйенің симметриялық құрылымын талдай отырып, ss - және d - бозондарды қамтитын кеңістіктерге назар аударамыз. Бұл жағдайда $l=0,2$ болатын бозондар қарастырылады. Мұнда $\Gamma=6$ деп алынған, себебі бір s - бозон және бес түрлі d - бозондық күй бар. Демек, жалпы кеңістіктің өлшемі алтыға тең болады.

Осы $d_{-2} d_{-1} d_0 d_{+1} d_{+2}$ кеңістікте әрекет ететін B^+ түріндегі бозондық операторлар саны $\Gamma^2=36$. Бұл операторлар $U(6)$ унитарлық симметриялы топты түзеді. Бұл топ кеңістіктің

ішкі құрылымын сипаттауға арналған және оны уақыт пен айналу симметриясына байланысты бірнеше ішкі топтарға бөлуге болады. Мұндай бөлініс симметриялық және антисимметриялық комбинацияларға негізделеді:

1) Симметриялық комбинациялар (жұптық операторлар)

$$B_{00}^{(+)}(00) = (S^+ S)^0 = N_s, \quad B_{00}^{(+)}(22) = \frac{1}{\sqrt{5}} (d^+ d)^0 = \frac{1}{\sqrt{5}} N_d; \quad (1.11)$$

Мұндағы N_s және N_d – сәйкесінше s – және d – бозондардың саны.
квадрупольдік (екінші ретті) операторлар ($L=2$):

$$Q_M^{(+)} = \frac{1}{2} (B_{2M}^{20} + B_{2M}^{02}) = \frac{1}{2} [S^+ d_M + (-)^M d_{-M}^+ S]_M^2, \quad Q_M = B_{2M}^{22} = (d^+ d)_M^2; \quad (1.12)$$

гексадекапольдік (төртінші ретті) операторлар:

$$Q_{4M} = B_{2M}^{22} = (d^+ d)_M^4; \quad (1.13)$$

он бес антисимметриялы комбинация: бұрыштық моменттің үш компоненті

$$I_M = -\sqrt{10} B_{1M}^{22} = -\sqrt{10} (d^+ d)_M^1 \quad (1.14)$$

квадрупольдік антисимметриялы оператор:

$$Q_M^{(-)} = \frac{i}{2} (B_{2M}^{20} - B_{2M}^{02}) = \frac{i}{2} [S^+ d_M - (-)^M d_{-M}^+ S]_M^2 \quad (1.15)$$

октаупольдік (үшінші ретті) оператордың жеті компоненті

$$Q_{3M} = B_{3M}^{22} = (d^+ d)_M^3 \quad (1.16)$$

Жоғарыда берілген (1.11)–(1.16) формулалар арқылы анықталған барлық операторлар эрмиттік (өз-өзіне комплекссоқтасқан) қасиетке ие, бұл олардың физикалық реалды шамаларға сәйкестігін қамтамасыз етеді. Эрмиттік шарт кванттық операторлардың өздік мәндерінің нақты болуын қамтамасыз етеді және бұл операторлар нақты физикалық шамаларды сипаттайды, яғни

$$Q_{LM}^+ = (-)^M Q_{L-M}$$

Алдында қарастырып өткен қосарланған операторларды енгізген соң, $SU(6)$ симметриялық тобына сәйкес келетін бозондық жүйенің гамильтонианын (1.1) – формасында жазу күрделіге айналады. Себебі бастапқы түрде s^+ , s операторлары тек жүйенің негізгі күйін сипаттауға мүмкіндік береді, ал олардың қатысуы басқа энергетикалық күйлерге қатысты ақпаратты шектейді. Сондықтан бастапқы форма (1.1) гамильтонианнан алынып тасталады. Дегенмен, жүйедегі бозондар саны – яғни, $N = N_s + N_d$ – тұрақты шама ретінде есепке алына береді. Осыған байланысты, бұрын

қолданылған Q_M^+ және Q_M операторларының орнына (1.12)-дегі өрнектерге арнайы түрде модификацияланған комбинациялар енгізіледі. Бұл жаңа операторлар симметрия мен операторлық алгебраны сақтап қалуға арналған. Атап айтқанда, келесі түрдегі өрнек енгізіледі:

$$Q'_M = B_{2M}^{20} + B_{2M}^{02} + \frac{\sqrt{7}}{2} Q_M \quad (1.17)$$

Жаңа енгізілген Q'_M операторларының өзара коммутациялық қатынастары мынадай алгебралық құрылымға бағынады:

$$[Q'_M, Q'_{M'}] = -\frac{3}{4}\sqrt{30}\Sigma_\lambda(-)^\lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ M & M & -\lambda \end{pmatrix} I_{\lambda'} \quad (1.18)$$

Электрлік квадрупольдік ауысу үдерісін сипаттайтын $T_k(E2)$ операторлары да мына түрде бейнеленеді:

$$T_k(E2) = q_1 \left[(d^+ s)_k^2 + (s^+ d)_k^{(2)} \right]_k^{(2)} + q_2 (d^+ d)_k^{(2)} = q_1 Q_\mu^+ + q_2 Q_\mu \quad (1.19)$$

Осылайша, бозондық операторлар жүйесінің алгебралық құрылымын және одан туындайтын гамильтонианның топтық симметриясын толық меңгеру – кванттық жүйенің энергетикалық спектрін (өздік мәндерін) және оларға сәйкес келетін кванттық күй функцияларын (өздік функцияларды) анықтауға мүмкіндік береді. Басқаша айтқанда, бұл кванттық механикадағы спектрлік есепті шешудің іргелі қадамы болып табылады. Мәселені аналитикалық жолмен шешу үшін біз үш түрлі асимптотикалық шекті – яғни жүйенің белгілі бір идеалдандырылған физикалық режимдерін – негізге аламыз. Мұндай шектерде есептеу едәуір жеңілдейді, өйткені күрделі өзара әрекеттесулер орнына жүйенің басым сипаттары ғана ескеріледі. Нәтижесінде, бұл әдістер атом ядроларының құрылымын зерттейтін ЭБМ (әлемдік бәсекеге қабілетті модельдер) шеңберінде тәжірибелік зерттеулермен тиімді біріктіріліп келеді.

Біздің жұмысымызда қарастырылатын негізгі мақсат – $U(6) \supset SU(3) \supset O(3)$ асимптотикалық шектерді қолдану арқылы кванттық жүйенің ықтимал күйлерін жүйелеу және сипаттау. Бұл үшін жүйенің ішкі симметрияларын бейнелейтін кіші алгебралар тұрғысынан тұйықталған операторлық құрылымдарға сүйене отырып, жүйенің күй кеңістігі толқындық функциялар арқылы класси-фикацияланады. Бұл тәсіл ротациялық күйдердің құрылымын, олардың энергия деңгейлерін және мүмкін болатын көшу процестерін терең түсінуге мүмкіндік береді.

Аналитикалық түрде алынған теориялық шамалар кейіннен тәжірибелік нәтижелермен салыстырылып, модельдің дұрыстығы мен қолданбалы тиімділігі тексеріледі. Айта кету керек, қарастырылып отырған симметриялы топ – 8 генератордан тұратын унитарлық топ. Оның үш генераторы толық бұрыштық моменттің кеңістіктегі проекцияларына сәйкес келеді, яғни бұл операторлар жүйенің кеңістіктегі айналу инварианттылығын қамтамасыз етеді:

$$I_\mu = -\sqrt{10} [b_{2\mu_1}^+, b_{2\mu_2}]_\mu^{(2)}, \quad (1.20)$$

ал, бесеуі квадрупольдің компоненттері:

$$Q_{\mu} = \sqrt{2} \left\{ B_{00}^{+} B_{2\mu}^{+} (-)^{\mu} B_{2-\mu}^{+} B_{00} \frac{\sqrt{7}}{2} [B_{2\mu_1}^{+}, B_{2\mu_2}^{+}]_{\mu}^{(2)} \right\} \quad (1.21)$$

Егер біз (1.20)-формуласына сәйкес берілген толық бұрыштық моменттің жеке компоненттерін жеке-дара қарастыратын болсақ, онда бұл операторлар үш өлшемді кеңістіктегі айналулар симметриясын сипаттайтын, кеңінен танымал $SO(3)$ тобының генераторлары екені анықталады. Басқаша айтқанда, бұл үш оператор кеңістіктік бұрыштық инварианттылықты қамтамасыз ететін симметрияларды жүзеге асырады.

Сонымен қатар, (1.20) және (1.21)-өрнектерінде анықталған сегіз оператор өзара жабық Ли алгебрасын құрайды, бұл – олардың коммутациялық қатынастарының нәтижесі бастапқы алгебраның шеңберінде қалатынын білдіреді:

$$\begin{aligned} [Q_{\mu}, Q_{\mu'}] &= \frac{3}{4} \sqrt{30} (-)^{\mu} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ \mu & \mu' & -\mu \end{pmatrix} I_{\mu} \\ [Q_{\mu}, Q_{\mu'}] &= \sqrt{30} (-)^{\mu+1} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ \mu & \mu' & \mu \end{pmatrix} Q_{\mu} \\ [I_{\mu}, I_{\mu'}] &= \sqrt{6} (-)^{\mu+1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mu & \mu' & \mu \end{pmatrix} I_{\mu} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Сонда $SU(3)$ – симметриялы Гамильтониан

$$H = -\chi \sum_{\mu} Q_{\mu} Q_{-\mu} - \chi' I_{\mu}^2 \quad (1.23)$$

түрінде жазылып, оның өздік мәнін

$$E = -\chi C(\lambda, \mu) + \left(\frac{3}{4} \chi - \chi' \right) I_{\mu}^2 \quad (1.24)$$

теңдігі арқылы өрнектейміз.

Кванттық жүйенің сипаттамасын толықтай жүргізу үшін ең алдымен бозондардың жалпы саны N $SU(3)$ ерекше назар аудару қажет. Бұл шама $U(6)$ симметриялы тобының түрліше (λ, μ) көрсетулерінің кеңістіктегі көрінісін анықтайды. Басқаша айтқанда, N шамасы жүйенің конфигурациялық құрылымын топтық теория тұрғысынан классификациялаудың негізін қалайды. Осы көрсетулердің әрбіріне Казимир операторының $C(\lambda, \mu)$ белгілі бір меншікті мәні сәйкес келеді, ал бұл мән төмендегідей қатынаспен сипатталады:

$$C(\lambda, \mu) = \lambda(\lambda + 3) + \mu(\mu + 3) + \lambda \quad (1.25)$$

теңдігі арқылы жазылады.

Бұдан әрі біз кванттық күйлерді қарастырылып отырған операторлық тізбекке сәйкес жүйелеп сипаттауға кірісеміз. Бұл үшін $U(6)$ тобына тән симметриялы бейнелеуді оның $SU(3)$ топтарының (λ, μ) көрсетуі бойынша тізбектей жіктейміз.

Жүйелеудің әдістемесі ең қарапайым – нөлдік бозоннан басталып, біртіндеп бозон санының артуымен күрделенетін конфигурацияларға дейін жүргізіледі. Алдымен бозон жоқ күй үшін $[N=0]=(0,0)$; бір ғана бозоны бар күй үшін $[N=1]=(2,0)\oplus(1,0)$.

Ал егер күйде екі бозон бар болса онда Юнг схемасы:

$$[N=2]=((2,0)+(1,0))\oplus((2,0)+1,0)=(4,0)+(0,2)+(3,0)+(1,1)+(2,0) \quad (1.26)$$

Осы принципті сақтай отырып, үш, төрт және одан да көп бозондар қатысқан күйлер үшін Юнг диаграммаларын біртіндеп кеңейтіп, толық симметриялы көрсетулерді алуға болады. Осылайша, біз $U(6)$ тобының барлық мүмкін көрсетулеріне сәйкес келетін бозондық күйлердің толық жіктеуін құрамыз.

$$[N] = (2N, 0) \oplus (2N - 4, 2) \oplus \dots + \left\{ \begin{array}{l} 0, N \text{ (} N - \text{жұп)} \\ 2, N - 1 \text{ (} N - \text{тақ)} \end{array} \right\} + \dots \quad (1.27)$$

$$+ \oplus (2N - 2, 0) \oplus (2N - 4, 1) \oplus \dots (2N - 4, 0) \oplus \dots \oplus (2N - 6, 0) \oplus (2N - 10, 2) \oplus \dots$$

Бұл жерде екі ғана еркін параметр бар. Олар: $\chi = 5 \text{ кэВ}$, $\frac{3}{4}\chi - \chi' = 10 \text{ кэВ}$ шамасында таңдалып алынған.

Нәтижелер мен талқылау

Сфералық ядро құрылымындағы электромагниттік ауысулар және олардың Ru изотоптарына әсері

Зерттеу жұмысымызда $SU(3)$ симметриясының шектеулі нұсқасы аясындағы теориялық спектрлерде байқалатын ротациялық заңдылықтарды верификациялау мақсатында ауыр элементтер тобына жататын актиноидты ядролар объект ретінде қарастырылады. Атап айтқанда, атомдық массалары $A=234, 236, 238$ болатын жұп-жұп изотоптары бар Уран ядроларының энергетикалық күйлерінің құрылымы теориялық болжамдармен салыстырылмалы түрде талданады. Бұл салыстыру процесі ядролық спектроскопиядағы іргелі мәселелердің бірі болып табылады, себебі ол ядроішілік күштердің табиғаты мен ядролық құрылымның ерекшеліктерін тереңірек түсінуге мүмкіндік береді.

Теориялық модельдегі болжамдарды эксперименттік мәліметтермен сәйкестендіру үшін екі негізгі параметр таңдап алынады. Бірінші параметр, $3/4 \chi - \chi', (2N, 0)$ негізгі жолақтың бірінші қозған $2+$ деңгейінің энергия мәнімен салыстырыла отырып анықталады. Мұндағы χ және χ' теориялық модельдің өзіне тән параметрлері болып табылады және олар ядроішілік өзара әрекеттесулердің күшін сипаттайды. Екінші параметр, $\chi - \eta, (2N - 4, 2)$ жолақтың бірінші қозған $2+$ деңгейінің энергетикалық мәніне сәйкестендіріледі. Бұл жердегі η да теориялық модельдің құрамдас бөлігі ретінде енгізілген қосымша параметр болып табылады.

Бұл табылған параметрлер 2-кестеде берілген.

1-кесте. Уранның $^{234,236,238}\text{U}$ изотоптары үшін теорияның параметр мәндері

Ядро	N	χ (кэВ)	$\frac{3}{4}\chi - \chi'$ (кэВ)
^{234}U	13	5,40	6,67
^{236}U	14	5,67	6,57
^{238}U	15	5,72	6,50

Ауыр элементтердің изотоптық тізбегін зерттеу аясында жүргізілген спектроскопиялық талдау нәтижелері көрсеткендей, теориялық модельдегі сәйкестендірілген параметрлердің атомдық массаның өсуіне байланысты қарама-қарсы тенденциялары байқалады. Атап айтқанда, бірінші реттегі параметрдің мәні изотоптардың массалық сандары артқан сайын елеулі түрде өсу үрдісін танытса, екінші параметр керісінше, массалық санның ұлғаюымен біртіндеп төмендеу динамикасын көрсетеді. Бұл бағыланған корреляциялар ядроішілік өзара әрекеттесулердің массалық санға тәуелділігі туралы маңызды ақпарат береді.

Алынған оптималды параметрлер негізінде құрастырылған ядролық изотоптардың қозған күйлерінің энергетикалық спектрлері 2-суретте визуалды түрде ұсынылған. Теориялық есептеулер нәтижесінде алынған энергетикалық деңгейлердің орналасуы эксперименттік мәліметтермен жоғары дәрежеде үйлесімділік танытады. Дегенмен, қозған күйлердің спиндік мәндерінің өсуімен бірге теориялық және эксперименттік энергия шамалары арасындағы аздаған алшақтық байқалады. Бұл айырмашылық жоғары спиндік күйлердің құрылымын сипаттауда теориялық модельдің шектеулігін немесе қосымша әсерлердің маңыздылығын көрсетуі мүмкін. Тәжірибелік зерттеулерде β және γ жолақтарына тиесілі жоғары энергетикалық деңгейлер туралы мәліметтердің шектеулі болуы осы жолақтардың құрылымын толыққанды талдауды қиындатады.

Анықталған энергетикалық деңгейлердің толқындық функцияларын есептеу принципіалды қиындық тудырмайды және бұл функциялар ядроішілік құрылым туралы терең түсінік алуға мүмкіндік береді. Есептелген толқындық функцияларды пайдалана отырып, әртүрлі қозған күйлер арасындағы кванттық ауысулар нәтижесінде пайда болатын электромагниттік сәулеленудің интенсивтіліктерін болжауға болады.

Қарастырылып отырған теориялық формализмді ядролардағы электромагниттік ауысу процестеріне қолданудың ғылыми маңызы зор. Электромагниттік сәулеленудің интенсивтіліктерін дәл болжау арқылы теориялық модельде анықталған күйлердің толқындық функцияларының ақиқаттығын және оның қолданылу аясын эмпирикалық тұрғыдан тексеруге мүмкіндік туады. Бұл, өз кезегінде, ядролық құрылымның теориялық сипаттамасының сенімділігін арттырады $U(6)$ – тобы генераторлары арқылы $T(E_2)$ операторын

$$T_{\mu}(E2) = q_1(B_{00}^{+}B_{2\mu} + (-)^{\mu}B_{2-\mu}^{+}B_{00}) + q_1[B_{2\mu 1}^{+}B_{2\mu 1}]_{\mu}^{(2)} = \alpha_2 Q_{\mu} \quad (2.1)$$

Мұндағы Q_{μ} – ядроның квадрупольдік операторы, α_2 – эффективтік $E2$ – заряды.

Алынған өрнек бойынша $(2N,0)$ болуы үшін келтірілген матрицалық элемент $B(E2, I \rightarrow I-2)$ мәні:

$$B(E2, I \rightarrow I-2) = \alpha_2^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{I(I+1)}{(2I+1)(2I-1)} \cdot (2N-I+2)(2N+I+1) \quad (2.2)$$

түрінде жазамыз..

Атом ядроларындағы электрлік квадрупольдік ауысуларды сипаттау мақсатында, біз $A=234,236,238$ болатын уран изотоптарына қатысты $B(E2)$ ықтималдық шамаларын есептік тұрғыда бағаладық. Бұл есептеулер алдыңғы тарауда қарастырылған теориялық модельдің негізінде жүргізілді. Алынған нәтижелер сәйкесінше қолда бар спектроскопиялық тәжірибелік деректермен салыстырылып, олардың арасындағы үйлесімділік деңгейі мұқият талданды. Жүргізілген салыстыру нәтижесінде, әсіресе негізгі ротациялық жолақтың төменгі спиндік күйлері арасындағы $E2$ ауысулары үшін есептік және өлшенген шамалар арасында жақсы сәйкестік байқалды.

Аталған уран изотоптарының ($^{234,236,238}\text{U}$) негізгі жолақ құрылымындағы ауысулардың ықтималдық шамалары 2-кестеде Вайскопф бірлігінде келтірілген. Есептеулерде тек бір еркін параметр пайдаланылды, ол нақты бір эксперименттік $E2$ ауысу мәнімен сәйкестендіру арқылы анықталды. Бұл параметрді таңдау есептік модельдің сенімділігін арттырды.

Алынған $B(E2)$ шамаларының энергетикалық күйге тәуелділігі төменнен жоғарыға қарай бастапқыда өсуімен, кейін белгілі бір максимумнан соң бәсеңдеуімен сипатталады. Мұндай бейсызық тәуелділік бөлшектер санының шектеулі болуымен немесе модельдік шектермен байланысты болуы ықтимал.

Егер ауысулар бойынша орташа ықтимал мәндерге сәйкес келетін тиімді заряд $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ параметрі таңдалғанда, теориялық және тәжірибелік мәндердің сәйкес келу дәлдігі бұдан да жоғары болар еді. Алайда, біз есептеулерде сенімділігі жоғары эксперименттік мәнімен ерекшеленетін нақты бір ауысуды бастапқы параметр ретінде алдық. Айта кету керек, басқа ротациялық күйлер арасындағы көптеген $E2$ ауысуларына қатысты тәжірибелік деректер әзірге жеткіліксіз күйде қалып отыр.

2-кесте. $^{234,236,238}\text{U}$ ядроларындағы Вайскопф бірлігінде берілген $E2$ -ауысуларының $B(E2, I_i \rightarrow I_f)$ эксперименттік және теориялық мәндері

Ядро	$(\lambda, \mu), \alpha_2^2$	$I_i \rightarrow I_f$	$2^+ \rightarrow 0^+$	$4^+ \rightarrow 2^+$	$+6 \rightarrow 4^+$	$8^+ \rightarrow 6^+$	$10^+ \rightarrow 8^+$
^{234}U	2,51 В.е.	Эксп.	236 ± 10	330 ± 15	372 ± 20	384 ± 38	371 ± 38
	26,0	Теор.	236	338	382	394	388
^{236}U	2,83 В.е.	Эксп.	246 ± 10	348 ± 10	380 ± 21	390 ± 33	360 ± 34
	28,0	Теор.	246	353	385	389	370
^{238}U	2,97 В.е.	Эксп.	257 ± 13	356 ± 15	391 ± 23	399 ± 31	371 ± 36
	30,0	Теор.	257	359	401	421	402

Негізгі күйлердің энергиясы мен электромагниттік сәуле шығару интенсивтілігін сипаттауда тек s - және d -бозондармен шектелу жеткіліксіз екенін атап өту қажет. Себебі, тәжірибелік деректер ауыр ядролардың, соның ішінде актиноидтар тобына жататын ядролардың энергетикалық спектрінде теріс паритетті деңгейлердің бар екенін растайды. Бұл деңгейлер, әдетте, негізгі ротациялық жолақтың жанында орналасып, онымен ұқсас спиндік құрылымға ие болады. Мұндай деңгейлердің болуын есепке алу үшін, кемінде ppr - және f -типті бозондардың үлесін қарастыру қажет, әсіресе теріс жұптылықтағы ауысуларды сипаттау барысында олардың әсері елеулі болуы мүмкін.

Жоғарыда аталған қосымша бозондарды енгізу арқылы ядро құрылымын неғұрлым нақты сипаттауға мүмкіндік туады. Бұл тұрғыда халықаралық ғылыми әдебиетте жүргізілген көптеген теориялық жұмыстарды атап өтуге болады.

Соған қарамастан, тек s - және d -бозондарымен шектелген қарапайымдылығы жоғары моделіміздің өзі Уранның үш ауыр изотопының төменгі энергетикалық күйлерін сипаттауда айтарлықтай нәтижелі үлгілерді қамтамасыз етуде. Бұл теориялық жақындаудың тиімділігі есептеулер мен тәжірибелік нәтижелер арасындағы үйлесімділік арқылы дәлелденіп отыр.

Қорытынды

Сфералық симметриялы ядролардың ішкі құрылымын сипаттауға бағытталған ЭӨБМ (Эффективті Өрістік Байланыс Моделі) бастапқы кезеңінде теориялық және эксперименттік деректердің арасында кейбір алшақтықтардың орын алуына байланысты шектеулі қолданыс тапты. Атап айтқанда, бұл модель шеңберінде болжанған энергетикалық деңгейлер мен электромагниттік ауысу сипаттамалары нақты өлшеулермен толық сәйкес келмегендіктен, теориялық әдістемені жетілдіру қажеттілігі туындады. Осы орайда $SU(6)$ симметриясына негізделген және жоғары ретті өзара әрекеттесулерді қамтитын кеңейтілген формализм ұсынылды.

Бұл жаңа симметриялық тұжырымдама негізінде жүргізілген есептеулер көрсеткендей, төменгі энергия аймағында модель ядроның негізгі күйлерін сипаттауда айтарлықтай сенімділікке ие. Электромагниттік ауысулардың ықтималдығы мен энергетикалық деңгейлер бойынша алынған нәтижелер тәжірибелік деректермен жақсы үйлесім табады, бұл модельдің төмен энергиялы құрылымдық ерекшеліктерді сәтті сипаттай алатынын дәлелдейді.

Алайда, қозған күйлердің энергиясы артқан сайын теориялық және эксперименттік нәтижелер арасында байқалатын сәйкессіздік күшейе түседі. Кейбір жағдайларда бұл айырмашылық 15-20% аралығында болуы мүмкін. Мұндай ауытқулар модельдің тек ss - және dd -бозондарға сүйенуіне байланысты туындайды. Энергиясы жоғары күйлерде gg -бозондар секілді жоғары бұрыштық моментке ие бозондардың ықпалы елеулі болуы ықтимал. Сонымен қатар, негізгі жолаққа жақын орналасқан, спиндік кванттық сандары ұқсас қосымша энергетикалық жолақтардың байқалуы pp -бозондардың үлесінің артып отырғанын айғақтайды. Бұл – актиноид тектес ядроларды нақты модельдеу үшін кем дегенде ss , pp , және dd -бозондарды бірге ескерудің қажеттілігін туындатады. Бұл бағытта әлемдік ғылыми қауымдастықта бірқатар зерттеулер жүргізілгені белгілі.

Жалпы алғанда, біздің зерттеуіміз нәтижесінде алынған деректер көрсетіп отырғандай, ss- және dd-бозондарға негізделген қарапайым модельдің өзі Уран элементінің $A=234$, 236, 238 изотоптарының төменгі энергетикалық құрылымын қанағаттанарлық дәлдікпен сипаттай алады. Алайда, энергетикалық спектрдің жоғары бөліктерін және күрделірек жолақ құрылымдарын есепке алу үшін модельді кеңейтіп, қосымша бозон түрлерін ендіру аса маңызды міндет болып табылады.

Авторлардың қосқан үлестері

Дәлелханқызы А. – әсерлесуші бозондар үлгісін (IBM) қолданып теориялық модельдеу, әдістемелік негізді әзірлеу, $B(E2)$ өтпелі ықтималдық параметрін есептеу, нәтижелерді эксперименттік мәліметтермен салыстыру.

Қойлық Н. – нуклондар арасындағы өзара әсерлесу теорияларын аналитикалық талдау, ядролық ұжымдық қозғалыстар мәселесін тұжырымдау, төмен энергиялы ядролық күйлердің математикалық моделін жасауға үлес қосу.

Баймбетова Г. – квадрупольдік деформация параметрлерін талдау, деформацияланған изотоптардың энергетикалық спектрлерін интерпретациялау, $SU(5)$ симметриясын қолданудың теориялық негізділігін қамтамасыз ету.

Қаптағай Г. – тарихи және теориялық шолуды (О. Бор мен Б. Моттelson еңбектері) дайындау, ядролық ұжымдық қозғалыстар мен геометриялық деформациялардың физикалық табиғатын түсіндіретін бөлімдерді редакциялау және тексеру.

Тоқтарбай С. – энергетикалық деңгейлерге сандық модельдеу жүргізу, $B(E2)$ нәтижелерін электромагниттік ауысулар тұрғысынан түсіндіру, алынған деректерді өңдеу.

Бейсебаева А. – қолданылған ядролық модельдердің дұрыстығын бағалау, теориялық және эксперименттік деректерді статистикалық салыстыру, мақаладағы талқылау мен қорытынды бөлімдерін жазу.

Көпенбаева А. – мақаланың құрылымын форматтау, әдебиеттер тізімін жинақтау, кестелер мен иллюстрацияларды дайындау, зерттеу процесі барысында авторлар арасындағы байланысты үйлестіру.

Әдебиеттер тізімі

1. A. Bohr, B. Mottelson., *The Structure of Atomic Nuclei* (Moscow, 1967)
2. K. Kumar, *Progress in Particle and Nuclear Physics, Proceedings of the 1st School on Nuclear Physics*, Erice 9: 6. 233–279 (1982)
3. V.V.Voronov, A. G. Solov'yev, *The Basic Equations of the Quasi Particle-Phonon Model of the Nucleus*, Theoretical and Mathematical Physics 57: 6. 75–84 (1983)
4. K. Baktybaev, *Description of Collective Excitation of Nuclei in a Model of Interacting Bosons*, Nuclear Physics 30b: 6. 963–973 (1979)
5. A. Arima, F. Iachello, *Interacting Boson Model of Collective States*, Annals of Physics 123: 6. 468–492 (1978)
6. Talmi, I., *Generalized Seniority and Structure of Semi-Magic Nuclei*, Nuclear Physics A 172, 6. 1 (1971)

7. B. Loraño, *Generalized Seniority and Broken-Pair Coupling Scheme*, Nuclear Physics A 153: 6. 255 (1970)
8. Қ. Бақтыбаев, және Ж.Қ. Әбілдина, *Ядролық теориядағы жалпыланған квазиспиннің формализмі*, Известия АН СССР, Физикалық серия, т. 43: 11 б. 229 (1979)
9. K. Baktybaev, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev, *SD-Shell Theory of Collective Excitations and the Validity of the Model of Interacting Bosons*, Advanced Studies in Theoretical Physics 6:6.1399–1404, available at: <https://www.m-hikari.com/astp/astp2012/astp25-28-2012/dalelkhankyzyASTP25-28-2012.pdf>
10. K. Baktybaev, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev, N. Koilyk. *The Nucleon-Pair Shell Description of Collective Excitations of Spherical Nuclei*, Advanced Studies in Theoretical Physics 7 (2013), available at: <https://m-hikari.com/astp/astp2013/astp9-12-2013/dalelkhankyzyASTP9-12-2013.pdf>
11. K. Baktybayev, A. Dalelkhankyzy, N. Koilyk., *Methods Strongly-Connected Channels and the Inelastic of Alpha Particles on Nuclei*, Advanced Studies in Theoretical Physics 9: 6. 483–493 (2015), available at: <https://www.m-hikari.com/astp/astp2015/astp9-12-2015/p/dalelkhankyzyASTP9-12-2015.pdf>
12. T. Ohtsuka, A. Arima, F. Iachello, *Nuclear Shell-Model and Interacting Bosons*, Nuclear Physics A 309: 6. 1–33 (1978). DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(78\)90532-8](https://doi.org/10.1016/0375-9474(78)90532-8).
13. K. Takada, S. Tazaki, S. Yosumoto, *Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations for Even-Even Nuclei*, Progress of Theoretical Physics 16: p. 107 (2006)
14. Қ. Бақтыбаев, және Ж.Қ. Әбілдина, *Жалпыланған еңбек өтілі бар Shell моделіндегі $A = 89-94$ стронций изотоптарының күйлерінің құрылымы*, КСРО ҒА Хабаршысы, Физикалық сериясы, т. 42, 6. 116 (1978)
15. Р.Б., Бегжанов, т.б. *Ядролық физика анықтамалығы*, 1-кітап, (1989)
16. S.M. Lederer, V. S. Shirley. *Table of Isotopes*. 7th ed., (New York, 1978)

A. Dalelkhankyzy*¹, N. Koilyk¹, G. Baymbetova², G. Kaptagai¹, B.S. Toktarbay³,
A. Beisebayeva⁴, A. Kopenbayeva¹

¹Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan

²Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

³Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

⁴Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

(E-mail: dalelkhankyzy.d@gmail.com)

Interacting boson modeling in the nuclear structure of deformed uranium isotopes

Abstract. One of the most pressing and complex issues in nuclear physics is the absence of a universal and comprehensive theory that fully describes the interaction processes between nucleons. These interactions exhibit a high degree of complexity and require consideration of the internal structural parameters of nuclear systems, including potential fields and the averaged motion laws of nucleons. Nuclear states at low energy levels are typically analyzed within the framework of specific model concepts. In such models, nucleons are assumed to move within an average potential field, and their mutual interactions are generally limited to two-body forces. A comparable analogy can be drawn with the motion of electrons within an atom, although the nature of nuclear forces is fundamentally different – they are significantly stronger and operate at very short distances.

A particularly significant aspect of nuclear structure research is the study of collective motions, i.e., coordinated oscillations or rotations involving groups of nucleons. These movements directly affect key spectral parameters that define the internal structure of the nucleus. From a theoretical perspective, these phenomena were first extensively studied by O. Bohr and B. Mottelson. Within the framework of models describing the geometric shape of the nucleus, they provided a detailed interpretation of the physical nature of collective motion and linked it to deformation characteristics. Specifically, it was demonstrated that low-energy excitations are closely associated with the quadrupole deformation parameter.

In this scientific study, we employ a theoretical approach based on the interacting boson model (IBM) incorporating SU(5) symmetry. This study aims to quantitatively describe the structure of three different uranium isotopes in a spheroidal shape. In this context, we calculate the B(E2) transition probability parameter, which characterizes nuclear energy levels and electromagnetic radiation probabilities, and compare the theoretical results with existing experimental data. The outcomes of this research contribute to assessing the accuracy of nuclear models and improving the effectiveness of nuclear structure characterization.

Keywords: atomic nucleus, spectra, gamma transitions

**А. Далелханкызы^{*1}, Н. Койлык¹, Г. Баймбетова², Г. Каптагай¹, С. Токтарбай³,
А. Бейсебаева⁴, А. Копенбаева¹**

¹Казахский национальный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

³Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

⁴Казахский национальный исследовательский технический университет
имени К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан

(E-mail: dalelkhankyzy.d@gmail.com)

Моделирование взаимодействующих бозонов в ядерной структуре деформированных изотопов урана

Аннотация. Одной из наиболее актуальных и сложных проблем в ядерной физике остается отсутствие универсальной и всеобъемлющей теории, способной полноценно описать процессы взаимодействия между нуклонами. Эти взаимодействия обладают высокой степенью сложности и требуют учета внутренних структурных параметров ядерных систем, включая потенциальные поля и усреднённые законы движения нуклонов. Состояния ядер при низких энергетических уровнях, как правило, рассматриваются в рамках определённых модельных концепций. В таких моделях предполагается, что нуклоны движутся в среднем потенциальном поле, а их взаимное влияние ограничено двухчастичными силами. Подобную аналогию можно провести с движением электронов в атоме, хотя природа ядерных сил принципиально иная – они гораздо сильнее и действуют на крайне малых расстояниях.

Особо значимым аспектом исследования ядерной структуры является изучение коллективных движений, то есть согласованных колебаний или вращений, происходящих с участием

групп нуклонов. Эти движения напрямую влияют на ключевые спектральные параметры, характеризующие внутреннюю структуру ядра. С теоретической точки зрения эти явления впервые были глубоко изучены О. Бором и Б. Моттelsonом. В рамках моделей, описывающих геометрическую форму ядра, они предложили интерпретацию физической природы коллективных движений, связав их с деформационными характеристиками. В частности, было показано, что возбуждения на низких энергетических уровнях тесно связаны с квадрупольным параметром деформации.

В данной научной работе используется теоретический подход, основанный на модели взаимодействующих бозонов (IBM), включающей SU (5)-симметрию. Цель исследования – количественно описать структуру трех различных изотопов элемента урана сфероидной формы. В этом контексте производится расчет переходной вероятности $B(E2)$, характеризующей энергетические уровни ядра и вероятность электромагнитного излучения с последующим сравнением теоретических данных с имеющимися экспериментальными результатами. Полученные выводы способствуют оценке точности ядерных моделей и повышению эффективности описания ядерной структуры.

Ключевые слова: атомное ядро; спектры; гамма-переходы.

References

1. A. Bohr, B. Mottelson., *The Structure of Atomic Nuclei* (Moscow, 1967)
2. K. Kumar, *Progress in Particle and Nuclear Physics, Proceedings of the 1st School on Nuclear Physics*, Erice 9: p. 233–279. (1982)
3. V.V.Voronov, A. G. Solov'yev, *The Basic Equations of the Quasi Particle-Phonon Model of the Nucleus*, Theoretical and Mathematical Physics 57: p. 75–84. (1983)
4. K. Baktybaev, *Description of Collective Excitation of Nuclei in a Model of Interacting Bosons*, Nuclear Physics 30b: p. 963–973. (1979)
5. A. Arima, F. Iachello, *Interacting Boson Model of Collective States*, Annals of Physics 123: p. 468–492. (1978)
6. Talmi, I., *Generalized Seniority and Structure of Semi-Magic Nuclei*, Nuclear Physics A 172, p. 1. (1971)
7. B. Loraño, *Generalized Seniority and Broken-Pair Coupling Scheme*, Nuclear Physics A 153: p. 255. (1970)
8. K. Baktybaev, Zh.K. Abdildina, *Formalizim obobshennogo kvazispina v teorii yadra [The generalized quasispin formalism in nuclear theory]*, Izvestiya AN SSSR, Seriya fizicheskaya [Izvestia AN SSSR, Physical Series] 43, № 11, p. 229(1979) [in Russian].
9. K. Baktybaev, A. Dalelkhankyzy, M.K. Baktybaev, *SD-Shell Theory of Collective Excitations and the Validity of the Model of Interacting Bosons*, Advanced Studies in Theoretical Physics 6: p. 1399–1404, available at: <https://www.m-hikari.com/astp/astp2012/astp25-28-2012/dalelkhankyzyASTP25-28-2012.pdf>
10. K. Baktybaev, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev, N. Koilyk. *The Nucleon-Pair Shell Description of Collective Excitations of Spherical Nuclei*, Advanced Studies in Theoretical Physics 7 (2013), available at: <https://m-hikari.com/astp/astp2013/astp9-12-2013/dalelkhankyzyASTP9-12-2013.pdf>
11. K. Baktybayev, A. Dalelkhankyzy, N. Koilyk., *Methods Strongly-Connected Channels and the Inelastic of Alpha Particles on Nuclei*, Advanced Studies in Theoretical Physics 9: pp. 483–493. (2015), available at: <https://www.m-hikari.com/astp/astp2015/astp9-12-2015/p/dalelkhankyzyASTP9-12-2015.pdf>

12. T. Ohtsuka, A. Arima, F. Iachello, *Nuclear Shell-Model and Interacting Bosons*, Nuclear Physics A 309: p. 1–33. (1978). DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(78\)90532-8](https://doi.org/10.1016/0375-9474(78)90532-8).
13. K. Takada, S. Tazaki, S. Yosumoto, *Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations for Even-Even Nuclei*, Progress of Theoretical Physics 16: p. 107. (2006)
14. K. Baktybaev, Zh.K. Abdildina, *Struktura sostoianiya izotopov A=89-94 v obobshenoi modili obobshennoi seniority* [The structure of the states of strontium isotopes A = 89–94 in the generalized Shell model], Izvestiya AN SSSR, Seriya fizsheski [Bulletin of the USSR Academy of Sciences, Physical Series] 42, № 11: p.116 (1978) [in Russian].
15. R.B. Begzhanov, et al., *Spravoshnik po yadiri fiziki* [Handbook of Nuclear Physics]. Book 1, (1989) [in Russian].
16. S.M. Lederer, V. S. Shirley. *Table of Isotopes*. 7th ed., (New York, 1978)

Авторлар туралы мәлімет:

Дәлелханқызы А. – PhD, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің аға оқытушысы, Гоголь көшесі, 144, Алматы, Қазақстан

Қойлық Н.О. – физика-математика ғылымдарының кандидаты, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Гоголь көшесі, 144, Алматы, Қазақстан

Баймбетова Г.А. – физика-математика ғылымдарының кандидаты, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінің ғылыми зерттеулер және ғылыми кадрларды даярлау бөлімінің меңгерушісі, Достық даңғылы, 13, Алматы, Қазақстан

Қаптағай Г.А. – PhD, Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің қауымдастырылған профессоры, Гоголь көшесі, 144, Алматы, Қазақстан

Тоқтарбай Сәкен – PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің аға оқытушысы, Әл-Фараби даңғылы, 71, Алматы, Қазақстан

Бейсебаева А.С. – физика-математика ғылымдарының кандидаты, Satbayev University, Сәтбаев көшесі, 22, Алматы, Қазақстан

Көпенбаева А. – Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің аға оқытушысы, Гоголь көшесі, 144, Алматы, Қазақстан

Дәлелханқызы А. – PhD, старший преподаватель, Казахский национальный женский педагогический университет, улица Гоголя, 144, Алматы, Казахстан.

Койлық Н.О. – кандидат физико-математических наук, Казахский национальный женский педагогический университет, улица Гоголя, 144, Алматы, Казахстан.

Баймбетова Г.А. – кандидат физико-математических наук, заведующая отделом научных исследований и подготовки научных кадров, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, проспект Достык, 13, Алматы, Казахстан.

Каптағай Г.А. – PhD, Казахский национальный женский педагогический университет, Институт физики, математики и цифровых технологий.

Тоқтарбай Сәкен – PhD, старший преподаватель, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, проспект Аль-Фараби, 71, Алматы, Казахстан.

Бейсебаева А.С. – кандидат физико-математических наук, Satbayev University, улица Сатпаева, 22, Алматы, Казахстан.

Көпенбаева А. – старший преподаватель, Казахский национальный женский педагогический университет, улица Гоголя, 144, Алматы, Казахстан.

Dalelkhankyzy A. – PhD, Senior Lecturer, Kazakh National Women's Teacher Training University, Gogol Str. 144, Almaty, Kazakhstan

Koilyk N.O. – Candidate of Physics and Mathematics, Kazakh National Women's Teacher Training University, Gogol Str 144, Almaty, Kazakhstan

Baimbetova G.A. – Candidate of Physics and Mathematics, Head of the Department for Research and Training of Scientific Personnel, Abai Kazakh National Pedagogical University, Dostyk Avenue 13, Almaty, Kazakhstan

Kaptagay G.A. – PhD. Kazakh national women's teacher training University. Institute of Physics, mathematics and digital technologies.

Toktarbay Saken – PhD, Senior Lecturer, Al-Farabi Kazakh National University, Al-Farabi Avenue 71, Almaty, Kazakhstan

Beissebayeva A.S. – Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Satbayev University, Satpayev Str 22, Almaty, Kazakhstan

Kopenbayeva A. – Senior Lecturer, Kazakh National Women's Teacher Training University, Gogol Str. 144, Almaty, Kazakhstan



Copyright: © 2025 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).