

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы, 2021, том 134, №1, 93-99 беттер  
<http://bulphysast.enu.kz>, E-mail: vest\_phys@enu.kz

МРНТИ: 29.03.77

Б.А. Мукушев

*Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан  
(E-mail: mba-55@mail.ru)*

### Компьютерные эксперименты по исследованию системы двойных звезд

**Аннотация:** в статье представлены результаты компьютерных (вычислительных) экспериментов, раскрывающих механизмы существования системы «двойная звезда». Проведен теоретический анализ динамических параметров этой космической системы. Раскрыты сущности понятий приведенной и эффективной массы, которые применяются при расчете параметров системы «двойная звезда». На основе вычислительного эксперимента были представлены компьютерные модели потенциала гравитационного поля системы «двойная звезда» и линии уровня потенциала этого поля. Изучены устойчивая и неустойчивая структуры двойных звезд с планетами. Были рассмотрены два типа предполагаемых устойчивых орбит: а) первый тип включает в себя движение «легкой» планеты по круговой орбите, если оно изначально находилось на расстоянии, во много раз превышающем расстояние между компонентами двойной звезды; б) второй тип предполагаемых устойчивых орбит проявляется в ситуации, когда «легкая» планета является спутником одного из массивных компонентов двойной звезды.

**Ключевые слова:** двойная звезда, система «двойная звезда – планеты», ППП MathCad, компьютерные эксперименты, компьютерные модели, устойчивая и неустойчивая структуры двойных звезд.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2021-134-1-93-99>

Поступила: 05.02.2021/ Допущена к опубликованию: 16.02.2021

**Введение.** Двойные звёзды - весьма распространённые объекты во Вселенной. Известно, что двойные звезды составляют примерно половину всех звезд нашей галактики. Этот космический объект представляет собой систему, состоящую из двух объектов (звезд), связанных между собой гравитационными силами. Обе звезды, входящие в систему, вращаются вокруг общего центра их масс. Расстояния между звездами могут отличаться, равно как и масса этих звезд, а также их размеры. Обе звезды, входящие в гравитационную систему, могут иметь как схожие, так и отличительные характеристики. Измерив, период обращения и расстояние между компонентами двойных звезд, можно определить или оценить физические параметры системы. Этот способ практически не требует дополнительных физико-математических расчетов и поэтому является одним из главных методов определения масс в астрофизике. По этой причине двойные системы, компонентами которых являются чёрные дыры или нейтронные звезды, представляют большой интерес для астрофизики [1-3].

**Двойная звезда задача двух тел.** До недавнего времени основным объектом исследования небесной механики служило движение тел в поле центральной силы, когда масса центрального тела значительно превосходит массу тела, обращающегося по орбите. Например, движение планет вокруг Солнца или движение спутников около Земли. В этом случае массивное центральное небесное тело можно считать неподвижным, и задача сводится к определению закономерностей движения легкого небесного тела в заданном стационарном поле тяготения.

В настоящее время, космическое явление, когда массы взаимодействующих тел соизмеримы, стало одним из важных направлений исследования астрофизики. При этом число взаимодействующих тел может быть равно двум или больше двух звезд. Рассмотрим систему, состоящую из двух звезд, которые обращаются вокруг общего центра масс системы.

Поскольку силы взаимодействия между телами подчиняются третьему закону Ньютона, задачу двух тел можно свести к задаче о движении «виртуального» тела с массой  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ , движущегося под действием стационарной силы, равной силе взаимодействия «настоящих» тел. Масса  $\mu$  называется приведенной массой. Когда два небесных тела взаимодействуют с силой тяготения, обратно пропорциональной квадрату расстояния, их движение происходит по законам Кеплера. Таким образом, оба тела движутся синхронно по эллипсам вокруг общего центра масс всей системы. Эти эллипсы являются геометрически подобными (Рис.1). В каждый момент времени эти звезды находятся на противоположных концах отрезка, проходящего через общий центр масс, и делят этот отрезок в отношении, обратно пропорциональном своим массам.

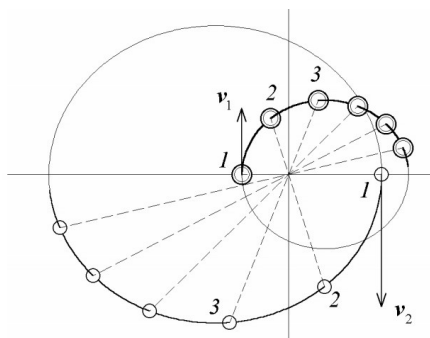


Рисунок 1 – Траектории компонентов двойной звезды в системе отсчета, связанной с центром масс системы

Направление силы взаимного притяжения звезд проходит через общий центр масс двойных звезд. Каждую из звезд можно рассматривать как движущуюся не под действием силы тяготения другой движущейся звезды, а под действием центральной силы тяготения, создаваемой некоторым неподвижным источником, расположенным в общем центре масс двух звезд. Масса этого воображаемого источника носит название эффективной массы  $M_{\text{эфф}}$ . Расстояния звезд с массами  $m_1$  и  $m_2$  обозначим через  $r_1$  и  $r_2$  соответственно от общего центра масс системы. В этом случае  $m_1 r_1 = m_2 r_2$ , и  $r_1 + r_2 = (1 + m_1/m_2)r_1$ . Последнее выражение позволяет выразить приложенную к первой звезде со стороны второй звезды силу тяготения  $F_1$  только через расстояние  $r_1$  первой звезды от общего центра масс[4]:

$$F_1 = -G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r_1^2 (1 + m_1/m_2)^2} = -G \frac{m_1 M_{\text{эфф}}}{r_1^2} \text{ где } M_{\text{эфф}} = \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2}$$

**Компьютерные эксперименты по изучению механических параметров двойных звезд.** Компьютерные эксперименты являются важным инструментом исследования сложных систем и явлений, которыми являются небесные тела и их движения[5,6]. Формализованность компьютерных экспериментов позволяет определить основные факторы, определяющие свойства изучаемого объекта (или целого класса объектов), в частности, исследовать поведение исследуемой физической системы при изменении её параметров и начальных условий. Компьютерные эксперименты по исследованию системы «Двойная звезда» реализованы посредством пакета прикладных программ MathCad [7-8].

1. Изучение потенциала гравитационного поля системы «двойная звезда».

Задаем координаты центров звезд двойной системы: координаты центра первой звезды:  $X_1 = 0$  и  $Y_1 = 0$ . Координаты центра второй звезды соответственно:  $X_2 = 2$  и  $Y_2 = 0$ .

Задаем массы звезд двойной системы:  $M_1 = 2$  и  $M_2 = 1$ .  $K = M_2/M_1 = 0,5$

Уравнение потенциала системы «двойная звезда» выражается по формуле

$$U(x, y) = \frac{-1}{\sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2}} - \frac{K}{\sqrt{(X_2 - x)^2 + (Y_2 - y)^2}}$$

На рисунках 2 и 3 представлены трехмерный график потенциала гравитационного поля системы «Двойная звезда» и линии уровня потенциала этого поля, полученные с помощью пакета MathCad.

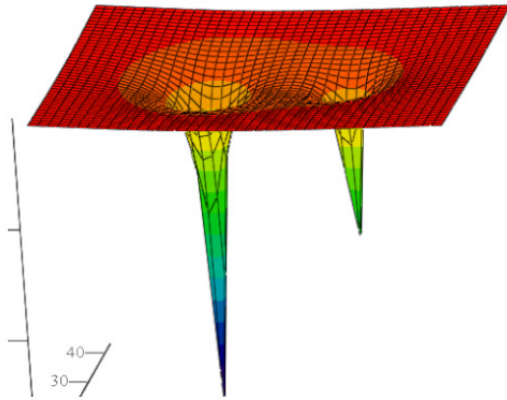


Рисунок 2 – Объемный график потенциала гравитационного поля системы «двойная звезда»

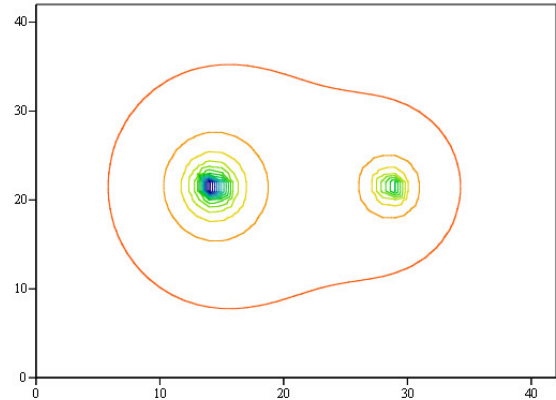


Рисунок 3 – Карта линий уровня потенциала гравитационного поля системы «двойная звезда»

## 2. Исследование системы «двойная звезда и планеты».

Рассмотрим космическую изолированную систему, состоящую из двойных звезд и планет, вращающихся около центра массы этих звезд. Для этого мы будем исследовать следующую простую модель, суть которой заключается в следующем: период вращения звезд около центра масс двойных звезд во много раз больше, чем период вращения планет вокруг этого центра масс. Общая масса звезд во много раз больше, чем масса планет. Нами проведены компьютерные эксперименты в среде ППП MathCad. Ниже представлены результаты этих экспериментов.

*1 эксперимент.* В этом эксперименте мы исследовали систему двух неподвижных звезд и движущейся планеты. Отношение масс звезд равно  $K = M_2/M_1 = 0,5$ . Эти звезды отображены черным и синим точками, а орбита планеты - красной линией. А суммарная масса звезд во много раз больше, чем масса планеты ( $M_1/m_{пл.} = 3000$ ).

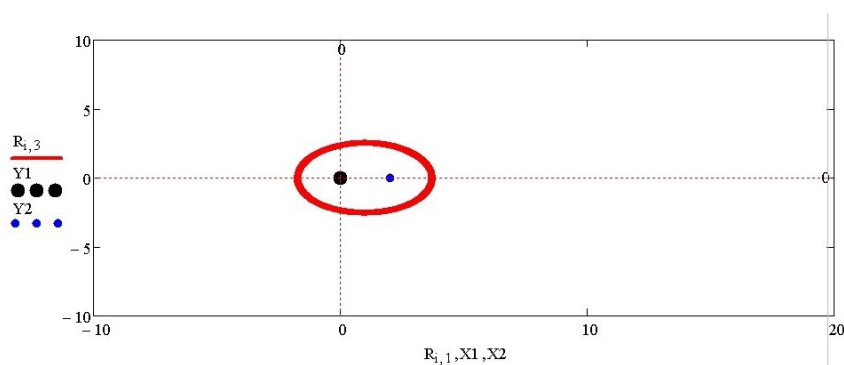
Программа в среде MathCad представлена в листинге 1.

$$\begin{aligned}
 z &:= \begin{pmatrix} rx \\ vx \\ ry \\ vy \end{pmatrix} \\
 D(t, z) &:= \begin{bmatrix} z_1 & \\ \frac{-4 \cdot \pi^2 \cdot (z_0)}{\left[ (z_0)^2 + (z_2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} & \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot K \cdot (z_0 - X2)}{\left[ (z_0 - X2)^2 + (z_2 - Y2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\ z_3 & \\ \frac{-4 \cdot \pi^2 \cdot (z_2)}{\left[ (z_0)^2 + (z_2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} & \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot K \cdot (z_2 - Y2)}{\left[ (z_0 - X2)^2 + (z_2 - Y2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix} \\
 R &:= \text{rkfixed}(z, 0, 100, 10^4, D) \\
 i &:= 0.. \text{rows}(R) - 1
 \end{aligned}$$

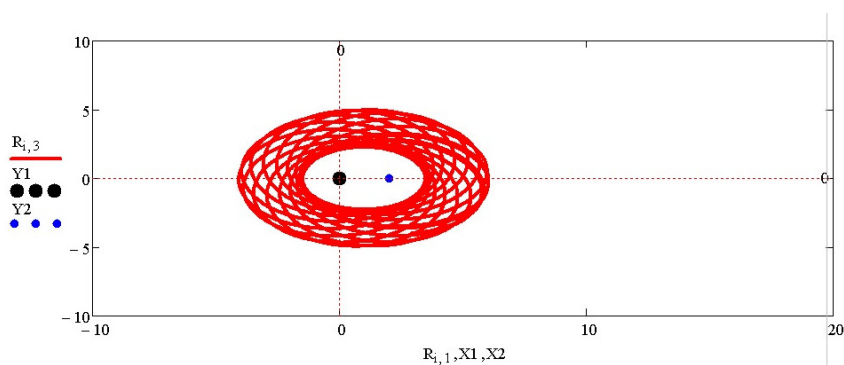
Листинг 1

Результаты компьютерного эксперимента:

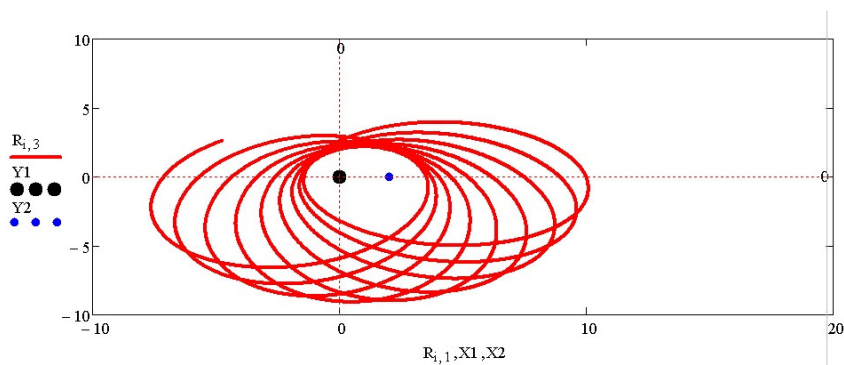
- 1) при начальных условиях системы «двойная звезда и планета».  
 $vx:=0$ ;  $vy:=5.7$ ;  $rx:=-1.8$ ;  $ry:=0$ .



2) при начальных условиях системы «двойная звезда и планета».  
 $v_x:=0$ ;  $v_y:=7.0$ ;  $g_x:= -1.48$ ;  $g_y:=0$ .



3) при начальных условиях системы «двойная звезда и планета».  
 $v_x:=0$ ;  $v_y:=7.6$ ;  $g_x:= -1.4$ ;  $g_y:=0$ .



4) при начальных условиях системы «двойная звезда и планета».  
 $v_x:=0$ ;  $v_y:=7.6$ ;  $g_x:= -1.64$ ;  $g_y:=0$ .

*2 эксперимент.* В этом эксперименте визуальнo исследованы движения звезд около общего центра масс и двух планет в поле тяготения системы «Двойная звезда». Отношение масс звезд равно  $K = M_2/M_1 = 0,5$ . Эти звезды отображены красным цветом, а планеты - фиолетовым. Суммарная масса звезд во много раз больше, чем масса планет ( $M_1/m_{пл.} = 3000$ ). Планетам сообщены скорости с таким расчетом, чтобы они вращались вокруг центра масс звезд по орбите, близкой к замкнутой. Эта система относится к более устойчивой системе «Двойная

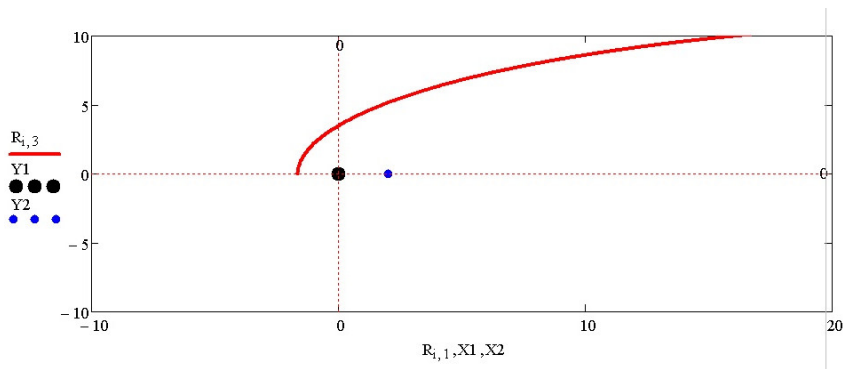


Рисунок 4 – Система из двух неподвижных звезд и движущейся планеты

звезда - планеты». На рисунке 5 представлены результаты имитационного моделирования, полученные с помощью команды FRAME.

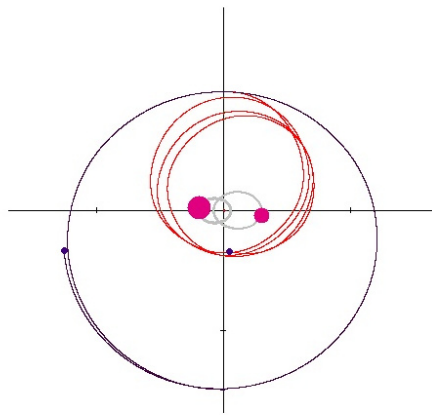


Рисунок 5 – Более устойчивая система «Двойная звезда - планеты»  $M_{\text{звезд.}} \gg m_{\text{пл.}}$

*3 эксперимент.* В этом случае масса второй звезды была во много раз больше массы первой звезды. А масса первой звезды была соизмерима с массами планет  $M_2/M_1 = 2000$ . На основе эксперимента мы убедились, что система «двойная звезда» превращается в систему, подобную Солнечной системе. Первая звезда вращается вокруг массивной звезды как обыкновенная планета. Мы получили устойчивую систему «Двойная звезда - планеты» в условиях  $M_2 \gg M_1$  (Рис.6).

*4 эксперимент.* Изменяя параметры двойных звезд, мы получили неустойчивую систему. Здесь отношение масс двух звезд равно  $K = M_2/M_1 = 0,5$ . Мы, изменяя численные значения скорости и расстояния выбранной планеты от центра масс двойной системы (траектория планеты выделена фиолетовым цветом), добились неустойчивой структуры. В результате одна из планет после трех вращений покинула систему двойных звезд. А движение другой планеты оказалось более устойчивым (Рис.7).

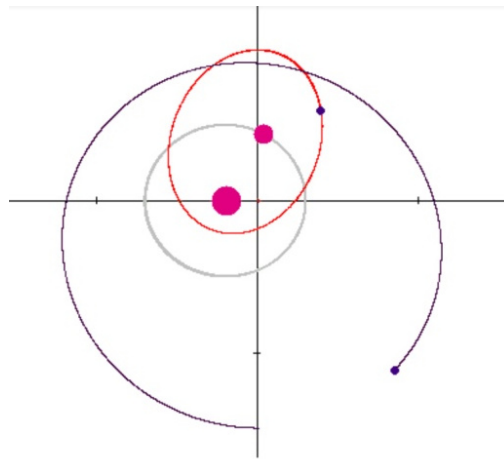
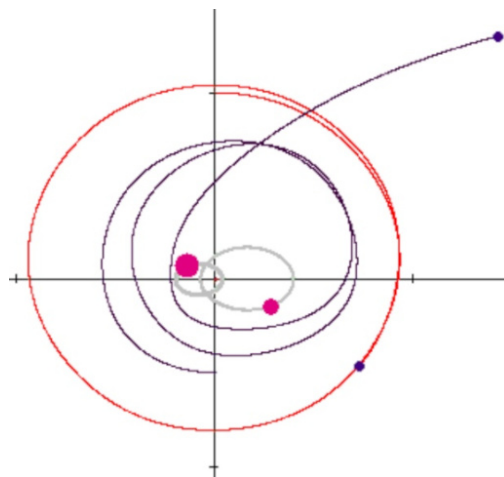
Рисунок 6 – Устойчивая система «Двойная звезда - планеты» в условиях  $M_2 \gg M_1$ 

Рисунок 7 – Неустойчивая система «Двойная звезда - планеты»

**Заключение.** Проведено исследование физических параметров двойных звезд посредством ППП MathCad. В среде MathCad составлены программы, позволяющие проводить вычислительные эксперименты. Проанализированы условия существования системы «двойная звезда - планеты» и рассмотрены устойчивые и неустойчивые структуры двойных звезд. Вычислены значения потенциала гравитационного поля системы «двойная звезда» и представлены его компьютерные модели. Были найдены два типа предполагаемых устойчивых орбит: а) первый тип включает в себя движение легкого небесного тела по круговой орбите, если оно изначально находилось на расстоянии, во много раз превышающим расстояние между компонентами двойной звезды. б) второй тип предполагаемых устойчивых орбит проявляется в ситуации, когда легкое небесное тело является спутником одного из массивных компонентов двойной звезды. В этом случае планета движется по круговой орбите относительно массивного компонента двойной звезды. Рассмотрены различные варианты неустойчивых видов системы двойной звезды.

### Список литературы

- 1 Липунов В.М. В мире двойных звезд.- Москва: Наука, 1986.-208 с.
- 2 Дубошин Г.Н. Небесная механика: Аналитические и качественные методы. – Москва: Наука, 1964.- 800 с.
- 3 Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике. – Алматы, 2009. – 227 с. [Электронный ресурс] - URL: [http://www.sai.msu.ru/neb/gw/Luk\\_monog.pdf](http://www.sai.msu.ru/neb/gw/Luk_monog.pdf) (04.02.2021).
- 4 Бутиков Е.И. Движение космических тел в компьютерных моделях II. Задача многих тел // Компьютерные инструменты в образовании. - 2011. - № 5. – С. 4-23.

- 5 Мукушев Б.А. Исследуем сферу ЭКСПО-2017 //Квант. - 2019.- № 3. – С.34-40. DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20190305>
- 6 Мукушев Б.А. Движение тел в гравитационном поле // Квант. - 2018. – № 9.- С. 29-33. DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20180904>
- 7 Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических систем с использованием пакета MathCAD. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2011. - 320 с.
- 8 Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty computations in a laboratory course // Computer Applications in Engineering Education. - 6 January 2014.- Volume 23, Issue 2.- P. 250-257.

Б.А. Мукушев

*С. Сейфуллин атындағы қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

**Қос жұлдыз жүйесін зерттеуге арналған компьютерлік эксперименттер**

**Аннотация.** Мақалада қос жұлдыз жүйесінің механизмдерін ашатын компьютерлік (есептеу) эксперименттердің нәтижелері келтірілген. Аталған ғарыш жүйесінің динамикалық параметрлеріне теориялық талдау жасалды. қос жұлдыз жүйесінің параметрлерін есептеу кезінде қолданылатын келтірілген және эффектілі масса ұғымдарының мәні ашылды. Есептеу эксперименті негізінде қос жұлдыз жүйесінің гравитациялық өрісінің потенциалының компьютерлік модельдері және осы өрістің потенциалдық деңгейінің сызықтары ұсынылды. «қос жұлдыз – планета» жүйесінің динамикалық параметрлері зерттеліп, қос жұлдыздардың тұрақты және тұрақсыз құрылымдары қарастырылды. Тұрақты орбиталардың екі түрі қарастырылды: а) «жеңіл» планета қос жұлдыз компоненттері арасындағы қашықтықтан бірнеше есе көп қашықтықта болған жағдай; б) «жеңіл» планета қос жұлдыздың массивті компоненттерінің бірінің спутнигі болған жағдай.

**Түйін сөздер:** қос жұлдыз, «қос жұлдыз-планета» жүйесі, MathCad пакеті, компьютерлік эксперименттер, компьютерлік модельдер, тұрақты және тұрақсыз қос жұлдыздар құрылымы.

В.А. Mukushev

*S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

**Computer experiments on the study of the binary star system**

**Abstract.** The article presents the results of computer (computational) experiments. There has been carried out a theoretical analysis of the dynamic parameters of this space system. The authors reveal essence of the concepts of reduced and effective mass. The authors present computer models of the potential of the gravitational field of the "double star" system and the lines of the potential level of this field based on the computational experiment. The article describes mechanisms of existence of the "double star - planet" system. The stable and unstable structures of binary stars are considered. There have been studied two types of assumed stable orbits: a) the first type involves the movement of a "light" planet in a circular orbit; b) a "light" planet is a satellite of one of the massive components of a binary star.

**Keywords:** double star, "double star – planets" system, MathCad package, computer experiments, computer models, stable and unstable structures of binary stars.

References

- 1 Lipunov V. M. V mire dvoynih zvezd [In the world of double stars](Moscow: Nauka, 1986, 208 p.).[in Russian]
- 2 Duboshin G.N. Nebesnaya mekhanika: Analiticheskie i kachestvennye metody [Celestial mechanics: Analytical and qualitative methods] (Moscow: Nauka, 1964, 800 p.). [in Russian]
- 3 Lukyanov L.G., Shirmin G.I. Lekcii po nebesnoj mekhanike [Lectures on celestial mechanics] (Almaty:2009, 227 p.).[Electronic resource] - Available at: [http://www.sai.msu.ru/neb/rw/Luk\\_monog.pdf](http://www.sai.msu.ru/neb/rw/Luk_monog.pdf) (Accessed : 04.02.2021)
- 4 Butikov E.I. Dvizhenie kosmicheskikh tel v komp'yuternyh modelyah II.Zadacha mnogih tel, Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii [The motion of cosmic bodies in computer models II.The problem of many bodies, Computer tools in education], 5, 4-23 (2001). [in Russian]
- 5 Mukushev B.A. Issleduem sferu EKSPО-2017, Kvant [Let's explore the sphere of EXPO-2017, Kvant], 3, 34-40 (2019). DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20190305> [in Russian]
- 6 Mukushev B.A. Dvizhenie tel v gravitacionnom pole, Kvant [The motion of bodies in a gravitational field, Kvant], 9, 29-33 (2018). DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20180904> [in Russian]
- 7 Porshnev S.V. Komp'yuternoemodelirovaniiefizicheskixsistem s ispol'zovaniempaketaMathCAD[Computer modeling of physical systems using the MathCAD package] ,(Saint Petersburg: BHV-Petersburg 2011, 320 p.). [in Russian]
- 8 Nelson F. Using mathcad to simplify uncertainty calculations in a laboratory course, Computer Applications in Engineering Education, 2(23), 250-257 (2014).

**Сведения об авторах:**

*Мукушев Б.А.* - профессор Казахского агротехнического университета им. С.Сейфуллина, пр. Победы, 62, Нур-Султан, Казахстан.

*Mukushev B. A.* - Professor of S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, 62, Pobedy Avenue, Nur-Sultan, Kazakhstan.