



МРНТИ 29.15.53

Научная статья

<https://doi.org/10.32523/2616-6836-2024-149-4-153-161>

## Анализ ширин полуплептоновых распадов $\eta(1295, 1475)$ мезонов

К. Нурлан\* 

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований,  
Дубна, Россия

(E-mail: nurlan.qanat@gmail.com)

**Аннотация.** Исследованы распады возбужденных мезонов  $\eta(1295)$  и  $\eta(1475)$  с рождением векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  и лептонной пары  $e^+ e^-$  и  $\mu^+ \mu^-$ . Показано, что эти распады описываются контактной диаграммой с прямым рождением лептонной пары фотонным полем и диаграммой с промежуточными векторными полями  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\varphi$ . Получены теоретические оценки для интегральных ширин распадов. Исследованы относительные роли каналов в определении ширин распадов. Показано, что распады с рождением электрон-позитронной пары главным образом определяются вкладом диаграммы с контактным взаимодействием. Каналы с векторными мезонами играют более важную роль в распадах мезонов  $\eta(1295, 1475)$  с рождением мюонной пары. Вычислены матричные элементы, соответствующие кварковым петлям с вершинами  $\eta V \gamma$  и  $\eta V V$ . Мезоны  $\eta(1295)$  и  $\eta(1475)$  рассмотрены как первые радиально-возбужденные состояния мезонов  $\eta$  и  $\eta'$ . Расчеты выполнены в одно петлевом кварковом приближении в ведущем порядке разложения  $1/N_c$ . Сделаны предсказания для ряда процессов, планируемых в будущих адронных фабриках. Результаты теоретических расчетов важны для понимания структуры мезонов и их взаимодействия полями адронов и лептонов. Полученные данные для распадов могут быть использованы в будущих высокопроизводительных  $\eta/\eta'$  мезонных фабриках. Реализация такой адронной фабрики планируется на протонном пучке в Фермилабе, где число событий ожидается на уровне  $10^{14}$  для  $\eta$ - мезона, что на несколько порядков больше текущих экспериментов. Другая мезонная фабрика будет построена на выведенном канале ускорителя тяжелых ионов HIAF в Китае.

**Ключевые слова:** структура адронов, физика легких мезонов, мюонная пара, кварк, распад.

Поступила 04.10.2024 После доработки 24.10.2024. Принята к печати 25.11.2024. Доступно онлайн 25.12.2024

<sup>1</sup>\*автор для корреспонденции

## Введение

В последнее время в физическом обществе обсуждаются адронные фабрики для исследования физики за пределами Стандартной модели (СМ) и темной материи. До настоящего времени физики не наблюдают проявление новой физики на экспериментах на большом адронном коллайдере при энергиях нескольких ТэВ. Это может означать, что она слабо связана с материей СМ для обнаружения на коллайдерах и необходимо поднимать интегральные светимости установок. Коллаборация REDTOP (Rare Eta Decays To Observe Physics beyond the Standard Model) представила программу высокопроизводительной  $\eta/\eta'$  фабрики с фиксированной мишенью со светимостью  $10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$  [1,2]. Данный эксперимент также направлен на высокоточные измерения ширины распадов мезонов  $\eta$  и  $\eta'$ . Конструкция и физическая программа будущей  $\eta$ -мезонной фабрики REDTOP представлена в работе [2]. Эксперимент REDTOP предлагается запустить либо в Фермилабе, либо в ЦЕРНе. Аналогичная супер  $\eta$ -фабрика планируется в Китае на выведенном канале ускорителя тяжелых ионов высокой интенсивности HIAF в Институте современной физики [4].

Исследование распадов  $\eta/\eta'$  мезонов имеет важное значение для проверки законов сохранения  $C$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $CP$  симметрии, а также позволяет изучить структуры  $\eta$ -мезонов и разницу масс легких  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварков. Кроме того, точные измерения редких распадов  $\eta$ -мезонов обеспечат проверку низкоэнергетических феноменологических теорий квантовой хромодинамики [5-7]. В прошлом физика  $\eta$ -мезонов активно изучалась в эксперименте COSY [8]. В эксперименте CrystalBallat MAMI внутренние свойства  $\eta$ -мезонов определялись путем измерения реакции  $\gamma p \rightarrow \eta p$  [9].

Вышеуказанные проведенные и планируемые эксперименты показывают важность теоретического изучения распадов  $\eta$ -мезонов. В настоящей работе мы представляем результаты для распадов  $\eta/\eta'$ -мезонов в основном и первом радиально-возбужденном состоянии с рождением пар  $e^+ e^-$  и  $\mu^+ \mu^-$ . Вычислены матричные элементы распадов с учетом каналов прямого рождения лепенных пар и каналов с промежуточными векторными мезонами.

## Методы

Анализ ширины распадов мезонов основывается на использовании эффективного Лагранжиана для взаимодействующих мезонных полей. Ниже приведен Лагранжиан взаимодействия  $\eta$ -мезонов с полями кварков [10]

$$L_{int} = \bar{q} i \gamma_5 [\lambda_u (A_\eta^u \eta + A_{\eta'}^u \eta' + A_{\hat{\eta}}^u \hat{\eta} + A_{\hat{\eta}'}^u \hat{\eta}') + \lambda_s (A_\eta^s \eta + A_{\eta'}^s \eta' + A_{\hat{\eta}}^s \hat{\eta} + A_{\hat{\eta}'}^s \hat{\eta}')] q, \quad (1)$$

где  $\bar{q}$  и  $q$  – поля кварковых дублетов,  $\eta$  и  $\eta'$  обозначены физические состояния мезонов в основном состоянии  $\eta$  и  $\eta'$  (958);  $\hat{\eta}$  и  $\hat{\eta}'$  соответствуют первым радиально-возбужденным состояниям  $\eta$  (1295) и  $\eta$ (1475)[11],

$$\begin{aligned}
 A_M^u &= g_{\eta_u} a_{1M}^u + g'_{\eta_u} a_{2M}^u f_{uu}(k^2), \\
 A_M^s &= g_{\eta_s} a_{1M}^s + g'_{\eta_s} a_{2M}^s f_{ss}(k^2).
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Значения констант связи кварковых полей с мезонами  $g_M$  взяты из работы [10].  $f_{qq}(k^2)$  – форм-фактор, введенный для описания возбужденных состояний мезонов,  $\gamma_5$  – матрица Дирака.

Таблица 1 – Коэффициенты смешивания четырех состояний  $\eta$ -мезонов  $a_{1,2M}^q$ .

	$\eta$	$\eta'$	$\eta(1295)$	$\eta(1475)$
$a_u^1$	0.71	0.62	-0.32	0.56
$a_u^2$	0.11	-0.87	-0.48	-0.54
$a_s^1$	0.62	0.19	0.56	-0.67
$a_s^2$	-0.06	-0.66	0.30	0.82

При рассмотрении  $\eta$ -мезонов возникает известная  $U_A(1)$  проблема. Она заключается в том, что в случае странных мезонов получается идеальное октет-синглетное смешивание, содержащие только легкие  $u$ -,  $d$ - кварки и чисто тяжелый  $s$ -кварк. Данная картина противоречит эксперименту. Поэтому необходимо рассмотреть смешивание  $\eta$  и  $\eta'$ -мезонов, что приводит к определению параметра угла смешиваний и правильному описанию спектра масс. В настоящей работе рассматриваются 4 состояния  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta(1295)$  и  $\eta(1475)$ , поэтому смешивание описывается матрицей, приведенный в таблице 1.

Для того, чтобы рассчитать основные распады возбужденных мезонов  $\eta(1295)$  и  $\eta(1475)$  в векторный мезон и лептонную пару, необходимо рассмотреть вершины  $\eta\rho\gamma$ ,  $\eta\omega\gamma$ ,  $\eta\phi\gamma$  и электромагнитные переходы  $\rho, \omega, \phi \rightarrow \gamma$ .

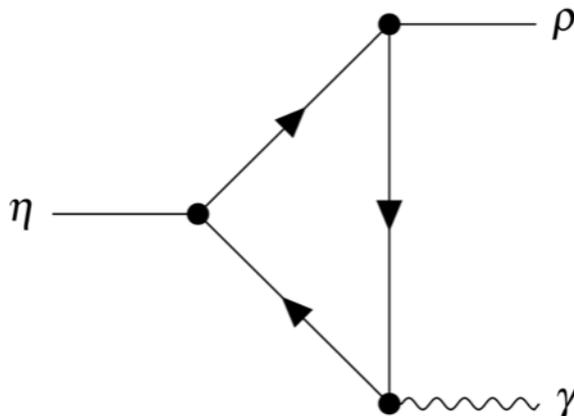


Рисунок 1. Аномальная кварковая диаграмма вершины  $\eta\rho\gamma$ .

Вершина  $\eta\rho\gamma$  описывается петлей, изображенной на рисунке 1. Внутренние линии петли соответствуют кварковым полям. Кварковая диаграмма является аномального типа и не содержит расходимостей. Данная диаграмма описывается амплитудой

$$M(\eta\rho\gamma) = -i 4m_u I_{03}^{\eta\rho\gamma}(m_u) \varepsilon_{\mu\nu\tau\sigma} \varepsilon_\mu(\rho) \varepsilon_\nu(\gamma) p^\tau q^\sigma, \quad (3)$$

$$M(\eta\omega\gamma) = \frac{1}{3} M(\eta\rho\gamma).$$

где  $I_{03}^{\eta\rho\gamma}(m_u)$  – интеграл, соответствующий вершине  $\eta\rho\gamma$ , имеет вид

$$I_{03}^{\eta\rho\gamma}(m_u) = -i N_c \int \frac{A_M^u(k^2) A_\rho(k^2) e}{[k^2 - m_u^2]^3} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \quad (4)$$

где  $p$  – импульс  $\rho$ - или  $\omega$ -мезона,  $q$  – импульс фотона,  $\varepsilon_{\mu\nu\tau\sigma}$  – антисимметричный тензор,  $\varepsilon_\mu(\rho)$ - и  $\varepsilon_\nu(\gamma)$ - поляризации векторных частиц.

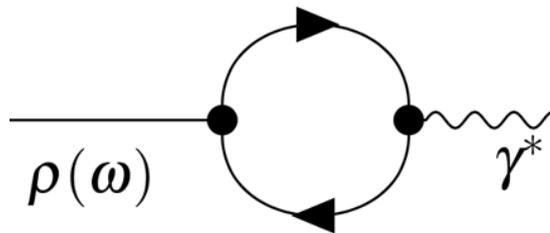


Рисунок 2. Двухвершинная кварковая диаграмма перехода  $\rho \rightarrow \gamma$ .

Переход векторного  $\rho$ -мезона в электромагнитное поле имеет вид (Рисунок 2)

$$\frac{e}{g_\rho} (g_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu), \quad (5)$$

$\omega \rightarrow \gamma$  переход отличается от на фактор  $1/3$ .

Распад  $\gamma \rightarrow e^+ e^-$  ( $\mu^+ \mu^-$ ) описывается стандартным Лагранжианом квантовой электродинамики

$$ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A_\mu \quad (6)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $\psi$  – спиноры,  $A_\mu$  – поле фотона.

## Результаты и обсуждение

Распады  $\eta(1295,1475) \rightarrow \rho(\omega) l^+ l^-$

Теперь у нас имеются все компоненты для описания полуплептонных распадов. Такие распады описываются вкладками диаграмм Фейнмана, изображенных на рисунках 3 и 4. В первой диаграмме аномальная вершина  $\eta$  рсвязывается с изолированным фотоном, переходящим в лептонную пару. Используя матричные элементы (3) и (6) для диаграммы на рис. 3, получим следующую амплитуду

$$M(\eta(1295) \rightarrow \rho\gamma \rightarrow \rho e^+ e^-) = \frac{4\pi\alpha}{s} 4m_u I_{03}^{\eta\rho} (m_u) \varepsilon_{\mu\nu\tau\sigma} \varepsilon_\mu(\rho) L_\nu p_\eta^\tau p_\rho^\sigma, \quad (7)$$

где  $\alpha=1/137$  – константа тонкой структуры,  $s=(p_+ + p_-)^2$ ,  $L_\nu = e^- \gamma_\nu e^-$  – лептонный ток.

Диаграмма, изображенная на рисунке 4, имеет векторный мезон в промежуточном состоянии. Кроме того, в амплитуде (3) вместо фотона имеем вершину с двумя векторными мезонами  $\eta\rho\rho$ . В эту вершину, включив переход  $\rho \rightarrow \gamma$ , получим амплитуду

$$M(\eta(1295) \rightarrow \rho\rho \rightarrow e^+ e^-) = \frac{4\pi\alpha}{g_\rho} 4m_u I_{03}^{\eta\rho\rho} (m_u) \frac{C_\rho}{M_\rho^2 - s - iM_\rho\Gamma_\rho} \varepsilon_{\mu\nu\tau\sigma} \varepsilon_\mu(\rho) L_\nu p_\eta^\tau p_\rho^\sigma, \quad (8)$$

где  $C_\rho \approx 0.93$  – константа, описывающая переход  $\rho \rightarrow \gamma$ .

Полный матричный элемент рассматриваемого распада записывается в виде суммы амплитуд (7) и (8). Матричные элементы для распадов  $\eta(1295) \rightarrow \omega e^+ e^-$  [ $\mu^+ \mu^-$ ] и  $\eta(1475) \rightarrow \rho(\omega) e^+ e^-$  [ $\mu^+ \mu^-$ ] получаются заменой вершин в Лагранжиане (1) и амплитуды с мезоном  $\omega$  имеют фактор 1/3. Амплитуды с странным  $\phi$ -мезоном отличаются от (7) и (8) на множитель  $2m_s/3m_u$ . Распады с рождением мюонной пары получаются заменой масс  $M_e \rightarrow M_\mu$ .

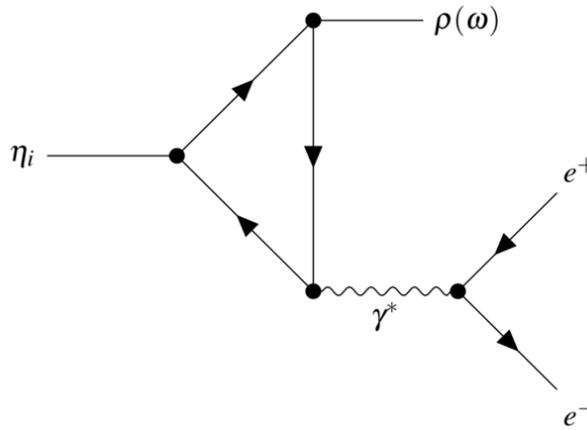


Рисунок 3. Кварковая диаграмма распада  $\eta_i \rightarrow \rho e^+ e^-$ , где  $\eta_i = \eta(1295), \eta(1475)$ .

Ширины трехчастичных распадов вычисляются по формуле

$$\Gamma(\eta_i \rightarrow \rho e^+ e^-) = \frac{1}{2} \frac{1}{256 \pi^3 M_\eta^3} \int_{s_-}^{s_+} ds \int_{t_-}^{t_+} dt |M(\eta_i \rightarrow \rho e^+ e^-)|^2, \quad (9)$$

где переменные Мандельштама определены в виде  $s = (p_\eta - p_\rho)^2 = (p_e + p_{e^-})^2$ ,  $t = (p_\eta - p_{e^+})^2 = (p_\rho + p_{e^-})^2$ .

Пределы интегрирования принимают вид

$$s_+ = (M_\eta - M_\rho)^2, \quad s_- = 4 M_e^2 \quad 10)$$

$$t_{\pm}(s) = 1/2[M_\eta^2 + M_\rho^2 + 2M_e^2 - s \pm s^{-1} \sqrt{\lambda(s, M_e^2, M_e^2)\lambda(s, M_\rho^2, M_\eta^2)}],$$

где  $\lambda(a, b, c) = (a - b - c)^2 - 4bc$ .

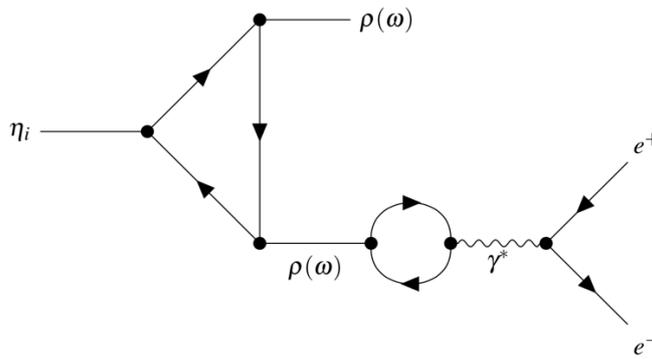


Рисунок 4. Кварковая диаграмма распада  $\eta_i \rightarrow \rho^0 + e^+ e^-$  с промежуточным векторным мезоном.

Вычисленные ширины распадов  $\eta(1295) \rightarrow \rho(\omega) e^+ e^- [\mu^+ \mu^-]$  и  $\eta(1475) \rightarrow \rho(\omega) e^+ e^- [\mu^+ \mu^-]$  приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Теоретические оценки для ширин распадов  $\eta$ -мезонов.

Распад	$\Gamma_{e^+e^-}$ , кэВ	$\Gamma_{\mu^+\mu^-}$ , кэВ
$\eta(1295) \rightarrow \rho^0 l^+ l^-$	19.02	1.07
$\eta(1295) \rightarrow \omega l^+ l^-$	2.03	0.10
$\eta(1295) \rightarrow \phi l^+ l^-$	1.33	$2.73 \times 10^{-3}$
$\eta(1475) \rightarrow \rho^0 l^+ l^-$	0.015	$0.548 \times 10^{-3}$
$\eta(1475) \rightarrow \omega l^+ l^-$	$1.66 \times 10^{-3}$	$5.73 \times 10^{-5}$
$\eta(1475) \rightarrow \phi l^+ l^-$	0.11	$3.31 \times 10^{-3}$

### Заключение

В настоящей работе исследованы распады возбужденных  $\eta(1295)$  и  $\eta(1475)$  мезонов с рождением векторного мезона и лептонную пару. Анализ полученных данных показывает, что в процессах с рождением электрон-позитронной пары ширина главным образом определяется вкладом контактной диаграммы (рис. 3). Диаграмма с промежуточным векторным мезоном играет важную роль в распадах с рождением  $\mu^+ \mu^-$ .

В настоящее время для рассмотренных распадов экспериментально измеренных ширин не имеются. Однако в планируемых экспериментах на будущих  $\eta$ -мезонных фабриках указанные распады будут измерены с высокой статистикой. Полученные в настоящей работе теоретические результаты следует рассматривать как предсказания

для планируемых экспериментов на мезонных фабриках в Фермилабе, ЦЕРНе и в Институте современной физики Китайской Академии наук.

### Благодарность

Автор благодарит профессора **М.К. Волкова** за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, грант № BR20280986.

### Список литературы

1. Aghasyan M. et al. [COMPASS], "Light isovector resonances in  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ p$  at 190 GeV/c," *Physical Review D*, 98, 092003 (2018). - **Journal Paper**
2. Gatto C. et al. [REDTOP], "The REDTOP project: Rare Eta Decays with a TPC for Optical Photons," *PoS ICHEP2016*, 812, 1–11 (2016). - **Conference Proceedings**
3. Gatto C. [REDTOP], "The REDTOP experiment: a low-energy meson factory to explore dark matter and physics beyond the Standard Model," *PoS CD2021*, 043, 1–11 (2024). - **Conference Proceedings**
4. Chen X. R., He X. H., Hu O. et al. "A plan for a super  $\eta$  factory at Huizhou accelerator complex," *arXiv:2407.00874*, 1–19 (2024). - **Preprint**
5. Gasser J., Leutwyler H. "Chiral Perturbation Theory to One Loop," *Annals of Physics*, 158, 142–210 (1984). - **Journal Paper**
6. Klevansky S. P. "The Nambu-Jona-Lasinio model of quantum chromodynamics," *Rev. Mod. Phys.*, 64, 649–708 (1992). - **Journal Paper**
7. Ebert D., Reinhardt H., Volkov M. K. "Effective hadron theory of QCD," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 33, 1–120 (1994). - **Journal Paper**
8. Smyrski J., Adam H.H., Budzanowski A. et al. "Measurement of the  $dp \rightarrow He_3 \eta$  reaction near threshold," *Physics Letters B*, 649, 258–262 (2007). - **Journal Paper**
9. Unverzagt M. [Crystal Ball at MAMI], "Eta and eta-prime Physics at MAMI," *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 198, 173–181 (2010). - **Conference Proceedings**
10. Volkov M.K., Yudichev V.L. "Radially excited scalar, pseudoscalar, and vector meson nonets in a chiral quark model," *Physics of Particles and Nuclei*, 31, 282–311 (2000). - **Journal Paper**
11. Navas S. et al. [Particle Data Group], "Review of particle physics," *Physical Review D*, 110, 030001 (2024). - **Journal Paper**

### Қ. Нурлан\*

Н.Н. Боголюбов атындағы теориялық физика лабораториясы,  
Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна, Ресей  
(E-mail: nurlan.qanat@gmail.com)

### $\eta(1295,1475)$ мезондарының жартылай лептонды ыдырау ендерін талдау

**Аңдатпа.**  $\eta(1295)$  және  $\eta(1475)$  қозған күйдегі мезондардың  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  векторлы мезон және  $e^+ e^-$  немесе  $\mu^+ \mu^-$  лептонды жұптары тууы арқылы жүзеге асатын ыдыраулары зерттелген. Аталған ыдыраулар фотон өрісі арқылы лептондық жұпты тікелей өндірумен байланысты диаграмма

және  $\rho, \omega, \varphi$  аралық векторлық өрістері бар диаграммамен сипатталатыны көрсетілген. Ыдыраулардың интегралдық ендері үшін теориялық бағалаулар алынады. Ыдырау енін анықтаудағы арналардың салыстырмалы үлестері зерттелді. Электрондық-позитрондық жұптың түзілуімен өтетін ыдыраулар негізінен контактілі әрекеттесу бар диаграммамен анықталатыны көрсетілген. Мюон жұбының түзілуімен өтетін  $\eta(1295, 1475)$  мезондардың ыдырауында векторлық мезондар бар арналар маңыздырақ рөл атқарады.  $\eta V\gamma$  және  $\eta VV$  шыңдары бар кварк диаграммаларына сәйкес келетін матрицалық элементтер есептелді.  $\eta(1295)$  және  $\eta(1475)$  мезондар  $\eta$  және  $\eta'$  мезондарының бірінші радиалды қозған күйлері ретінде қарастырылған. Есептеулер  $1/N_c$  кеңеюінің жетекші ретті бір ілмекті кваркты жуықтауында орындалды. Болашақ адрон физикасы зерттелу жоспарланған бірқатар тәжірибиелерге болжамдар жасалған. Теориялық есептеулердің нәтижелері мезондардың құрылымын және олардың адрондар мен лептондар өрістерімен әрекеттесуін түсіну үшін маңызды. Ыдыраулар үшін алынған мәліметтер болашақта жоғары өнімді  $\eta/\eta'$  мезондар фабрикаларында қолданылуы мүмкін. Мұндай адрон фабрикасын іске асыру Фермилабтағы протон шоғында жоспарлануда және  $\eta$ - мезон тіркелу саны  $10^{14}$  деңгейінде болады деп күтілуде. Бұл ағымдағы тәжірибиелермен салыстырғанда бірнеше деңгейге жоғары. Тағы бір мезондар фабрикасы Қытайдағы HIAF ауыр ионды үдеткішінде салынатын болады.

Түйін сөздер: адрондардың құрылымы, жеңіл мезон физикасы, мюон жұбы, кварк, ыдырау.

**К. Нурлан\***

**Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics,**

*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Moscow region, Russia*

*(E-mail: nurlan.qanat@gmail.com)*

### **Analysis of semileptonic decay widths of $\eta(1295, 1475)$ mesons**

**Abstract.** The decays of excited  $\eta(1295)$  and  $\eta(1475)$  mesons with the production of vector mesons  $\rho, \omega, \varphi$  and a lepton pair  $e^+ e^-$  and  $\mu^+ \mu^-$  are investigated. It is shown that these decays are described by a contact diagram with direct production of a lepton pair by a photon field and a diagram with intermediate vector fields  $\rho, \omega$  and  $\varphi$ . Theoretical estimates for the integral decay widths are obtained. The relative roles of the channels in determining the decay widths are investigated. It is shown that decays with the production of an electron-positron pair are mainly determined by the contribution of the diagram with contact interaction. Channels with vector mesons play a more important role in the decays of mesons  $\eta(1295, 1475)$  with the production of a muon pair. The matrix elements corresponding to the quark loops with vertices  $\eta V\gamma$  and  $\eta VV$  are calculated. Mesons  $\eta(1295)$  and  $\eta(1475)$  are considered as the first radially excited states of mesons  $\eta$  and  $\eta'$ . The calculations are performed in the one-loop quark approximation in the leading order of the  $1/N_c$  expansion. Predictions are made for a number of processes that are planned to be carried out in the future at hadron factories. The results of theoretical calculations are important for understanding the structure of mesons and their interaction with hadron and lepton fields. The obtained decay data can be used in future  $\eta/\eta'$  meson factories. The implementation of such a hadron factory is planned at the Fermilab proton beam where the number of events is expected to be at the level of  $10^{14}$  for the  $\eta$ - meson which is several orders of magnitude higher than current experiments. Another meson factory will be built at the HIAF heavy ion accelerator in China.

**Keywords:** structure of hadrons, physics of light mesons, muon pair, quark, decay.

## References

1. Aghasyan M. et al. [COMPASS], "Light isovector resonances in  $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ p$  at 190 GeV/c," *Physical Review D*, 98, 092003 (2018).
2. Gatto C. et al. [REDTOP], "The REDTOP project: Rare Eta Decays with a TPC for Optical Photons," *PoS ICHEP2016*, 812, 1–11 (2016).
3. Gatto C. [REDTOP], "The REDTOP experiment: a low-energy meson factory to explore dark matter and physics beyond the Standard Model," *PoS CD2021*, 043, 1–11 (2024).
4. Chen X.R., He X.H., Hu O. et al. "A plan for a super  $\eta$  factory at Huizhou accelerator complex," *arXiv:2407.00874*, 1–19 (2024).
5. Gasser J., Leutwyler H. "Chiral Perturbation Theory to One Loop," *Annals of Physics*, 158, 142–210 (1984).
6. Klevansky S. P. "The Nambu-Jona-Lasinio model of quantum chromodynamics," *Rev. Mod. Phys.*, 64, 649–708 (1992).
7. Ebert D., Reinhardt H., Volkov M. K. "Effective hadron theory of QCD," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 33, 1–120 (1994).
8. Smyrski J., Adam H. H., Budzanowski A. et al. "Measurement of the  $dp \rightarrow He_3 \eta$  reaction near threshold," *Physics Letters B*, 649, 258–262 (2007).
9. Unverzagt M. [Crystal Ball at MAMI], "Eta and eta-prime Physics at MAMI," *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 198, 173–181 (2010).
10. Volkov M. K., Yudichev V. L. "Radially excited scalar, pseudoscalar, and vector meson nonets in a chiral quark model," *Physics of Particles and Nuclei*, 31, 282–311 (2000).
11. Navas S. et al. [Particle Data Group], "Review of particle physics," *Physical Review D*, 110, 030001 (2024).

## Information about the authors:

**Нурлан К.** – автор для корреспонденции, PhD, научный сотрудник Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, 141980, Россия.

**Nurlan K.** – corresponding author, PhD, researcher at Bogoliubov laboratory of theoretical physics, Joint institute for nuclear research, 141980 Dubna, Russia

**Нурлан К.** – хат-хабар авторы, PhD, Н.Н. Боголюбов атындағы теориялық физика лабораториясы, Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна, 141980, Ресей.



Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).