



МРНТИ 29.31.15

<https://doi.org/10.32523/2616-6836-2024-149-4-75-87>

Научная статья

## Уравнения дисперсии ТЕ и ТМ волн в полужакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии

С.К. Тлеукенов\*<sup>1</sup>, К.Н. Балабеков<sup>2</sup>, З.К. Жалгасбекова<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

<sup>3</sup>Казахский университет технологии и бизнеса, Астана, Казахстан

(E-mail: <sup>1</sup>matricant@inbox.ru, <sup>2</sup>balabekov\_kn@enu.kz, <sup>3</sup>zhalgasbekova68@mail.ru)

**Аннотация.** В этой статье рассматривается исследование распространения электромагнитных волн в полужакрытом плоском слое с моноклинной анизотропией, в плоскости координат  $(yz)$ . Понимание характеристик электромагнитных волновых процессов играет важную роль в различных областях науки и техники. Хотя традиционно основное внимание уделялось распространению волн в оптическом диапазоне с учетом анизотропиров тензора диэлектрической проницаемости и изотропии тензора магнитной проницаемости [1-8], изучение волноводных процессов имеет свои преимущества в разработке новых устройств и приборов. Волновые процессы в волноводах обладают свойством дисперсии, что открывает возможности для управления и формирования необходимых характеристик волновых процессов. Характеристики дисперсии волн зависят от частоты, и для их описания используются уравнения дисперсии, которые устанавливают связь между фазовыми и групповыми скоростями волн. В данной работе были получены уравнения дисперсии для волн ТЕ и ТМ поляризации в плоском диэлектрическом волноводе с моноклинной анизотропией. Одна из границ этого слоя является металлизированной, тогда как другая соприкасается с полубесконечной средой. С другой стороны, при изучении упругих волн SH поляризации в полужакрытых волноводах, эти волны называют волнами Лява. Здесь одна граница упругого слоя остается свободной, а другая контактирует с полубесконечной упругой средой. Волны Лява являются важным объектом изучения в таких областях, как сейсмология и геофизика. Волны Лява рассматриваются в задачах сейсмологии, геофизики и т.д.

**Ключевые слова:** дисперсия, полужакрытый плоский волновод, моноклинная анизотропия, волны Лэмбовского типа, поверхностные волны, предельные скорости, фазовая и групповая скорости.

Поступила 6.09.2024. После доработки 15.10.2024. Принята к печати 29.11.2024. Доступно онлайн 25.12.2024

<sup>1</sup>\*автор для корреспонденции

## Введение

Индикатрисы фазовой и групповой скорости волн ТЕ и ТМ поляризации рассматривались в работах [9-12]. Построение уравнений дисперсии ТЕ и ТМ волн в открытых волноводах рассматривались в работах [13-14]. Уравнения дисперсии электромагнитных волн в слое моноклинного кристалла определяются, когда диэлектрические и магнитные параметры имеют вид:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ 0 & \epsilon_{yz} & \epsilon_z \end{pmatrix}; \quad \epsilon_{yz} \neq 0; \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & \mu_{yz} \\ 0 & \mu_{yz} & \mu_z \end{pmatrix}; \quad \mu_{yz} \neq 0 \quad (1)$$

Уравнения Максвелла, при отсутствии зарядов и токов ( $\rho = 0, \vec{j} = 0$ ), имеют вид:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \text{div} \vec{D} = 0; \quad \text{div} \vec{B} = 0; \quad (2)$$

Материальные соотношения

$$D_x = \epsilon_x E_x;$$

$$D_y = \epsilon_y E_y + \epsilon_{yz} E_z;$$

$$D_z = \epsilon_{yz} E_y + \epsilon_z E_z. \quad (3)$$

$$B_y = \mu_y H_y + \mu_{yz} H_z;$$

$$B_z = \mu_{yz} H_y + \mu_z H_z. \quad (4)$$

Абсолютные диэлектрическая  $\epsilon_0$  и магнитная  $\mu_0$  проницаемости содержатся в  $\epsilon_{ij}$  и  $\mu_{ij}$ , соответственно. Распространение электромагнитных волн в волноводе рассматривается в координатной плоскости  $yz$ :

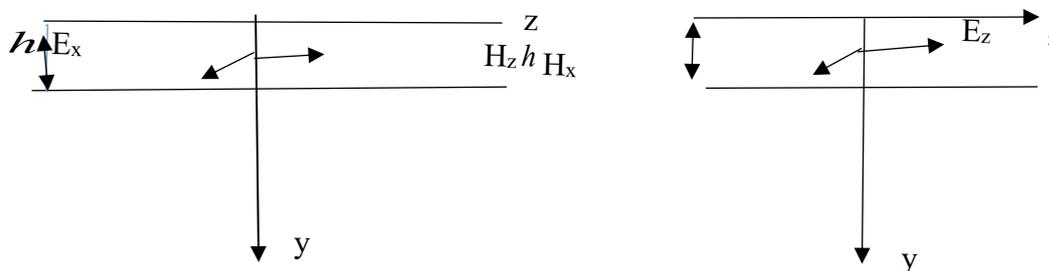


Рисунок 1. Распространение ТЕ и ТМ волн

Представление решений искомых функций в виде

$$F(y, z, t) = f(y)e^{i\omega t - ik_z z} \quad (5)$$

позволяет систему уравнений Максвелла и материальных соотношений привести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\vec{W}}{dy} = B\vec{W}; \quad \vec{W} = (E_x, H_z, H_x, E_z)^t$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & b_{43} & b_{33} \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$b_{11} = ik_z \frac{\mu_{yz}}{\mu_y}; \quad b_{12} = i\omega\mu_z^*; \quad \mu_z^* = \mu_z - \frac{\mu_{yz}^2}{\mu_y};$$

$$b_{21} = i\omega \left( \varepsilon_x - \frac{k_z^2}{\omega^2 \mu_y} \right); \quad b_{33} = ik_z \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_y}; \quad b_{34} = -i\omega\varepsilon_z^*; \quad \varepsilon_z^* = \varepsilon_z - \frac{\varepsilon_{yz}^2}{\varepsilon_y}; \quad (7)$$

$$b_{43} = -i\omega \left( \mu_x - \frac{k_z^2}{\omega^2 \varepsilon_y} \right);$$

Из (6) и (7) следуют две независимые системы уравнений:

$$\frac{d\vec{W}_1}{dy} = B_1\vec{W}_1; \quad B_1 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix}; \quad \vec{W}_1 = (E_x, H_z)^t \quad (8)$$

$$\frac{d\vec{W}_2}{dy} = B_2\vec{W}_2; \quad B_2 = \begin{pmatrix} b_{33} & b_{34} \\ b_{43} & b_{33} \end{pmatrix}; \quad \vec{W}_2 = (H_x, E_z)^t \quad (9)$$

Из независимости систем уравнений (8), (9) следует, что в координатной плоскости уз электромагнитные волны ТЕ и ТМ поляризации в слое распространяются независимо, без взаимной трансформации.

Система уравнений (8), описывающая распространение волн ТЕ поляризации, имеет точное аналитическое решение в форме матрицанта [15-20]:

$$T(y) = e^{iby} \left[ I \cos \psi y + \frac{1}{\psi} B_0 \sin \psi y \right] \quad (10)$$

$$b = b_{11}; \quad \psi^2 = -b_{12}b_{21}; \quad B_0 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ b_{21} & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Элементы  $b_{11}, b_{12}, b_{21}$  – определены в (7).

Аналогично, система уравнений (9) для ТМ волн имеет решение (10) с учетом

$$b = b_{33}; \quad \text{ш}^2 = -b_{34}b_{43}; \quad B_0 = \begin{pmatrix} 0 & b_{34} \\ b_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

Элементы  $b_{33}, b_{34}, b_{43}$  также определены в (7).

## Материалы и методы

Статья посвящена исследованию волноводного распространения электромагнитных волн в полужакрытом плоском слое моноклинной анизотропии  $\varepsilon_{yz} \neq 0, \mu_{yz} \neq 0$  в координатной плоскости (yz). Закономерности электромагнитных волновых процессов имеют важное значение во многих областях техники и научных исследований. Традиционно более изучено распространение волн оптического диапазона при анизотропии тензора диэлектрической проницаемости и изотропности тензора магнитной проницаемости [1-8].

1. Уравнение дисперсии волн ТЕ поляризации в полужакрытом волноводе моноклинной анизотропии.

Условие металлизированности границы слоя при  $y=0$  означает равенство нулю Ехкомпоненты напряженности электрического поля на этой границе. Электромагнитные поля волны проникает в область  $y \leq 0$ . Из условия следует:

$$\vec{W}_1 = \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_{y=0} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_z \end{pmatrix}_{y=0} \quad (1.1)$$

При  $y=h$  выполняются условия непрерывности компонент электрического и магнитного полей:

$$\vec{W}_1|_{y=h} = \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_{h-} = \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_{h+} \quad (1.2)$$

$\vec{W}_1(h-)$  поле волны в слое на границе  $y = h$

$\vec{W}_1(h+)$  поле, проникающее в полубесконечную среду, на границе  $y=h$ , т.е. поле в полубесконечной среде при  $y=h$ . Условием волноводного процесса в слое является экспоненциальное затухание амплитуды электрических и магнитных компонент поля при  $y \geq 0$ :

$$E_x \propto e^{-Sy}, \quad H_z \propto e^{-Sy} \quad (1.3)$$

Если полубесконечная среда ( $y > h$ ) является изотропной с параметрами  $\varepsilon$  и  $\mu$ , то:

$$\begin{aligned} \frac{dE_x}{dy} &= iw\mu H_z \\ \frac{dH_z}{dy} &= iw \left( \varepsilon - \frac{k_z^2}{w^2 \mu} \right) E_x \end{aligned} \quad (1.4)$$

Учитывая (1.3) в первом уравнении (1.4), получен:

$$-SE_x = iw\mu H_z; \quad E_x = -iwjH_z; \quad j = \frac{M}{S} \quad (1.5)$$

Из условия затухания, спадания амплитуд поля в области  $y > h$  следует:

$$S^2 = k_z^2 - w^2 \beta_0 > 0. \quad \beta_0 = \varepsilon\mu = \frac{1}{V^2} \quad (1.6)$$

V-фазовая скорость волн.

Из решения (10) следует:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_0; \quad \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_0 \quad (1.7)$$

Учитывая (1.1), (1.2) и (1.5), получим

$$\begin{pmatrix} -iwjH_z \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O_x \\ H_{z0} \end{pmatrix}; \quad E_{x0} = 0 \quad (1.8)$$

Соотношение (1.8) есть однородная система алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} t_{12}H_{z0} + jH_z &= 0 \\ t_{11}H_{z0} - H_z &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} t_{12} & j \\ t_{11} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{z0} \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (1.9)$$

Условием существования нетривиальных решений однородной системы алгебраических уравнений является:

$$\det \begin{pmatrix} t_{12} & j \\ t_{11} & -1 \end{pmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

Из (1.10) имеем:

$$jt_{11} + t_{12} = 0 \quad (1.11)$$

Подстановка элементов  $t_{11}$  и  $t_{12}$  матрицанта из аналитического представления (10) дает

$$tg\psi h = -\frac{j\psi}{\mu_z^*} = -\frac{\mu}{\mu_z^*} \frac{\psi}{S} \quad (1.12)$$

$$\psi^2 = -b_{12}b_{21} = -iw\mu_z^* \left( iw\varepsilon_x - \frac{ik_z^2}{w\mu_y} \right) = w^2 \varepsilon_x \mu_z^* - \frac{\mu_z^*}{\mu_y} k_z^2$$

$$\psi = \sqrt{w^2 \varepsilon_x \mu_z^* - \frac{\mu_z^*}{\mu_y} k_z^2}$$

Уравнение (1.12) есть искоемое уравнение дисперсии волн ТЕ поляризации в полузакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии в координатной плоскости (yz).

2. Уравнение дисперсии волн ТМ поляризации в полузакрытом волноводе моноклинной анизотропии

Условие металлизированности границы слоя при  $y=0$  для волн ТМ поляризации записывается в виде:

$$\vec{W}_2|_{y=0} = \begin{pmatrix} H_x \\ E_z \end{pmatrix}_{y=0} = \begin{pmatrix} H_{x0} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

При  $y=h$  выполняется равенство:

$$\vec{W}_2|_{y=h} = \begin{pmatrix} H_x \\ E_z \end{pmatrix}_{y-} = \begin{pmatrix} H_x \\ E_z \end{pmatrix}_{h+} \quad (2.2)$$

Условие экспоненциального затухания сохраняется:

$$H_x \propto e^{-Sy}; \quad E_z \propto e^{-Sy}; \quad y > h \quad (2.3)$$

В случае изотропности полубесконечной среды  $y \geq h$  поле ТМ волн описывается системой уравнений:

$$\frac{dH_x}{dy} = -iw\epsilon E_z \quad (2.4)$$

$$\frac{dE_z}{dy} = -iw \left( \mu - \frac{k_z^2}{w^2 \epsilon} \right) H_x$$

Из (2.3) и первого уравнения (2.4) следует:

$$\begin{aligned} -SH_x &= -iw\epsilon E_z \\ E_z &= -\frac{iS}{w\epsilon} H_x; \quad j = \frac{S}{\epsilon}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Из условия затухания в области  $y > h$  имеем:

$$S^2 = k_z^2 - w^2 \beta_0 \geq 0; \quad \beta_0 = \epsilon\mu = \frac{1}{V^2} \quad (2.6)$$

где  $V$ -фазовая скорость волн

Из аналитического решения (10), с учетом (12) получим

или:

$$\begin{pmatrix} H_x \\ -\frac{i}{w} j H_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{33} & t_{34} \\ t_{43} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{x0} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$\det \begin{vmatrix} t_{33} & -1 \\ t_{43} & \frac{i}{w} j \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow i \frac{j}{w} t_{33} + t_{43} = 0 \quad (2.8)$$

откуда:

$$t_{33} = e^{ibh} \cos \psi h; \quad t_{43} = e^{ibh} \frac{t_{43}}{\psi} \sin \psi h \quad (2.9)$$

Из (2.9) следует искомое уравнение

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi h &= \frac{\varepsilon_z^* S}{\varepsilon \psi} \\ \psi^2 &= w^2 \mu_x \varepsilon_z^* - \frac{\varepsilon_z^*}{\varepsilon_y} k_z^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) определяет дисперсию волн ТМ поляризации в полужакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии в координатной плоскости (yz).

### Обзор литературы

Данная работа посвящена исследованию волноводного распространения электромагнитных волн в полужакрытом плоском слое моноклинной анизотропии  $\varepsilon_{yz} \neq 0$ ,  $\mu_{yz} \neq 0$  в координатной плоскости (yz). Закономерности электромагнитных волновых процессов имеют важное значение во многих областях техники и научных исследований. Традиционно более изучено распространение волн оптического диапазона при анизотропии тензора диэлектрической проницаемости и изотропности тензора магнитной проницаемости. Анизотропия материальных параметров сред, существенно влияющая на все волновые процессы, проявляется главным образом в зависимости фазовых и групповых скоростей электромагнитных волн от направления их распространения, в несовпадении направления векторов этих скоростей, а также вектора потока энергии и волнового вектора [1-8].

Индикатрисы фазовой и групповой скорости волн ТЕ и ТМ поляризации рассматривались в работах [9-12].

Построение уравнений дисперсии ТЕ и ТМ волн в открытых волноводах рассматривалось в работах [13-14].

Система уравнений (8), описывающая распространение волн ТЕ поляризации, имеет точное аналитическое решение в форме матрицанта. В современном приборостроении действительно существуют среды с анизотропией магнитной проницаемости, которые в настоящее время пользуются большим спросом. В частности, материалы, обладающие пьезоэлектрическими и пьезомагнитными, магнитострикционными и магнитоэлектрически выраженными свойствами, нашли многочисленные применения [15-20].

## Результаты и обсуждение

Закономерности распространения волн в волноводах используются при создании приборов и устройств различного назначения.

Волновые процессы в волноводах обладают дисперсией. Наличие дисперсии позволяет управлять, формировать необходимые свойства волновых процессов в волноводах.

Закономерности дисперсии волн описываются зависимостью фазовых и групповых скоростей волн в волноводах от частоты. Решения уравнений дисперсии определяют эту зависимость.

В данной работе получены уравнения дисперсии волн ТЕ и ТМ поляризации в плоском диэлектрическом волноводе моноклинной анизотропии. Одна граница слоя металлизирована, другая находится в контакте с полубесконечной средой. В случае упругих волн SH поляризации, волновые процессы в полужакрытых волноводах называют волнами Лява. Одна из границ упругого слоя свободна, другая находится в контакте с полубесконечной упругой средой. Волны Лява рассматриваются в задачах сейсмологии, геофизики и т.д.

## Заключение

В работе было рассмотрено волноводное распространение электромагнитных волн в полужакрытом плоском слое моноклинной анизотропии, в координатной плоскости (yz). Одна граница слоя металлизирована, другая находится в контакте с полубесконечной средой. Получены уравнения дисперсии волн ТЕ и ТМ поляризации.

## Вклад авторов

**Тлеуменов С.К.** – постановка проблемы, задачи «Уравнения дисперсии ТЕ и ТМ волн в полужакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии», обсуждение и помощь в математическом методе решения.

**Балабеков К.Н.** – обсуждение, обзор статьи «Уравнения дисперсии ТЕ и ТМ волн в полужакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии».

**Жалгасбекова З.К.** – анализ, исследование и решение задач статьи «Уравнения дисперсии ТЕ и ТМ волн в полужакрытом плоском волноводе моноклинной анизотропии».

## Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – Москва: Наука. – 1982. – **книга**
2. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. – Москва: Наука. – 1987. – **книга**
3. Рязанов М.И. Электродинамика конденсированного вещества. – Москва: Наука. – 1984. – **книга**
4. Vinogradova M.B., Rudenko O.V., and Sukhorukov A.P. Theory of Waves. – Moscow: Nauka Press. – 1990. [in Russian] – **книга**

5. Balakirev M.K., Gilinsky I.A. Waves in Piezocrystals. – Novosibirsk: Nauka Press. – 1982. [in Russian] – **книга**
6. Rabinovitch M.I., Trubetskov D.I. Introduction to the Theory of Oscillations and Waves. – Moscow, Russia: Nauka Pres. – 1984. [in Russian] – **книга**
7. Tleukenov S.K., Ospanov, A.T. Radiation of Electromagnetic Fields in Anisotropic Media. – Almaty, Kazakhstan: Kenje Press. – 2001. [in Russian] – **книга**
8. Tleukenov S.K. Electromagnetic Waves in Anisotropic Media. – Almaty, Kazakhstan: Epigraph Press. – 2017. [in Russian] – **книга**
9. Tleukenov S.K., A.M. Assilbekova A.M. Surface of wave vectors of electromagnetic waves in anisotropic dielectric media with rhombic symmetry // Telecommunication and Radio Engineering. – 2017. – 76(14). – P. 1231-1238. DOI:10.1615/TelecomRadEng.v76.i14.20 – **журнал на англ. языке**
10. Tleukenov S.K., Zhalgasbekova Z.K., Sirenko Yu.K. Phase and group velocities of electromagnetic waves in a monoclinic crystal // Telecommunication and Radio Engineering. – 2019. – 78(1). – P. 1-10. – **журнал на англ. языке**
11. Тлеукенов С.К., Балабеков К.Н., Жалгасбекова З.К. Групповая скорость и поток электромагнитной энергии в ромбических кристаллах // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. Серия: Физика. Астрономия. – 2019. – №1(126). – С. 90-98. – **журнал на русс. языке**
12. Tleukenov, S.K., Balabekov K.N., Zhalgasbekova Z.K. Laws of reflection and refraction of TE and TM polarization waves on the border of rhombic crystals // Вестник КарГУ. – 2020. – №1(97). – P. 70-81. – **журнал на англ. языке**
13. Sirenko Yu.K., Tleukenov S.K., Yashina N.P., Zhalgasbekova Z.K. Propagation of Electromagnetic Waves in Structures with Biaxial Anisotropic Media of Monoclinic Syngony. Part 1: Unlimited Media // Telecommunications and Radio Engineering. – 2020. – 79(5). – P. 363-381. – **журнал на англ. языке**
14. Sirenko Yu.K., Tleukenov S.K., Yashina N.P., Zhalgasbekova Z.K. Propagation of electromagnetic waves in structures with biaxial anisotropic media of monoclinic syngony. part 2: waveguide structures // Telecommunications and Radio Engineering. – 2020. – 79(6). – P. 453-470. – **журнал на англ. языке**
15. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – Москва: ГИТТЛ. – 1953. – **книга**
16. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – Москва: Наука. – 1988. – **книга**
17. Tleukenov S. K. A method for the analytical description of coupled-field waves in various anisotropic media // Acta Mech. – 2014. – P. 3535-3547. – **журнал на англ. языке**
18. Тлеукенов С.К., Айтбаев А. Б. О волнах Лэмба в упругих слоях ромбической симметрии // Акустический журнал. – 2015. – Т. 61. № 2. – С. 161-164. **журнал на русс. языке**
19. Filippov D.A., Galichyan T.A., Laletin, V.M. Magnetolectric effect in bilayer magnetostrictive-piezoelectric structure // Theory and experiment, Applied Physics A. – 2014. – 115(3). – P. 1087-1091. – **журнал на англ. языке**
20. Bichurin M.I., Petrov V.M., Averkin S.V., Filippov A.V. Electromechanical resonance in magnetolectric layered structures // Phys. Solid State. – 2010. – 52. – P. 2116-2122. – **журнал на англ. языке**

С.К.Тлеуменов\*<sup>1</sup>, К.Н.Балабеков<sup>2</sup>, З.К.Жалгасбекова<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

<sup>3</sup>Қазақ технология және бизнес университеті, Астана, Қазақстан

### Моноклиндік анизотропияның жартылай жабық жазық толқынындағы ТЕ және ТМ толқындарының дисперсия теңдеулері

**Андатпа.** Бұл мақала координаталық жазықтықта (yz) моноклиндік анизотропияның жартылай жабық жалпақ қабатында электромагниттік толқындардың таралуын зерттеуге арналған. Электромагниттік толқындық процестердің заңдылықтары технология мен ғылыми зерттеулердің көптеген салаларында маңызды мәнге ие. Дәстүрлі түрде, оптикалық диапазон толқындарының диэлектрлік тұрақты тензордың анизотропиясы мен магнит өткізгіштігінің тензорының изотропиясы кезінде таралуы көбірек зерттелген [1-8].

Толқындардағы толқындардың таралу заңдылықтары әртүрлі мақсаттағы құрылғылар мен қондырғыларды құру барысында қолданылады.

Толқындардағы толқындық процестер дисперсияға ие. Дисперсияның болуы толқындардағы толқындық процестердің қажетті қасиеттерін басқаруға, қалыптастыруға мүмкіндік береді. Толқындар дисперсиясының заңдылықтары толқындардағы толқындардың фазалық және топтық жылдамдықтарының жиілікке тәуелділігімен сипатталады. Дисперсия теңдеулерінің шешімдері бұл тәуелділікті анықтайды. Бұл жұмыста моноклиндік анизотропияның жазық диэлектрлік толқынында ТЕ және ТМ поляризация толқындарының дисперсиясының теңдеулері алынды. Қабаттың бір шекарасы металдандырылған, екіншісі жартылай шексіз ортамен байланыста болады.

SH поляризациясының серпімді толқындары жағдайында жартылай жабық толқындардағы толқындық процестер Лява толқындары деп аталады. Серпімді қабаттың шекарасының біреуі бос, ал екіншісі шексіз серпімді ортамен жартылай байланыста. Лява толқындары сейсмология, геофизика және т.б. мәселелерде қарастырылады.

**Түйін сөздер:** дисперсия, жартылай жабық жазық толқын, моноклиндік анизотропия, Лэмба типті толқындар, беттік толқындар, шекті жылдамдықтар, фазалық және топтық жылдамдықтар.

S.K. Tleukenov\*<sup>1</sup>, K.N. Balabekov<sup>2</sup>, Z.K. Zhalgasbekova<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>3</sup>Kazakh University of Technology and Business (KazUTB) – Astana, Kazakhstan

### The equations of dispersion of TE and TM waves in a semi-closed plane waveguide of monoclinic anisotropy

**Abstract.** This article is devoted to the study of electromagnetic waves propagation in a semi-closed flat layer of monoclinic anisotropy, in the coordinate plane (yz). The regularities of electromagnetic wave processes are important in many fields of engineering and scientific research. Traditionally, the

propagation of optical range waves with the anisotropy of the permittivity tensor and the isotropy of the magnetic permeability tensor has been more studied [1-8].

The patterns of wave propagation in waveguides are used in the creation of devices and devices for various purposes. Wave processes in waveguides have dispersion. The presence of dispersion allows you to control and form the necessary properties of wave processes in waveguides.

The patterns of wave dispersion are described by the dependence of the phase and group velocities of waves in waveguides on frequency. The solution of the dispersion equations determines this dependence. In this paper, the equations of dispersion of TE and TM polarization waves in a plane dielectric waveguide of monoclinic anisotropy are obtained. One boundary of the layer is metallized, the other is in contact with a semi-infinite medium. In the case of elastic waves of SH polarization, wave processes in semi-closed waveguides are called Love waves. One of the boundaries of the elastic layer is free, the other is in contact with a semi-infinite elastic medium. Love waves are considered in problems of seismology, geophysics, etc.

**Key words:** dispersion, semi-closed plane waveguide, monoclinic anisotropy, Lamb type waves, surface waves, limiting velocities, phase and group velocities.

## References

1. Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika Sploshnykh Sred* [Electrodynamics of Continuous Media] – Moscow: Nauka. – 1982 [in Russian]
2. Yariv A., Yuh P. *Opticheskie volny v kristallakh* [Optical Waves in Crystals] – Moscow: Nauka. – 1987 [in Russian]
3. Ryazanov M.I. *Elektrodinamika kondensirovannogo veshchestva* [Ryazanov M.I. *Elektrodinamika kondensirovannogo veshchestva*. – Moscow: Nauka. – 1984 [in Russian]
4. Vinogradova M.B., Rudenko O.V., and Sukhorukov A.P. *Theory of Waves*. – Moscow: Nauka Press. – 1990 [in Russian]
5. Balakirev M.K., Gilinsky I.A. *Waves in Piezocrystals*. – Novosibirsk: Nauka Press. – 1982 [in Russian]
6. Rabinovitch M.I., Trubetskov D.I. *Introduction to the Theory of Oscillations and Waves*. – Moscow, Russia: Nauka Pres. – 1984 [in Russian]
7. Tleukenov S.K., Ospanov, A.T. *Radiation of Electromagnetic Fields in Anisotropic Media*. – Almaty, Kazakhstan: Kenje Press. – 2001 [in Russian]
8. Tleukenov S.K. *Electromagnetic Waves in Anisotropic Media*. – Almaty, Kazakhstan: Epigraph Press. – 2017 [in Russian]
9. Tleukenov S.K., A.M. Assilbekova A.M. Surface of wave vectors of electromagnetic waves in anisotropic dielectric media with rhombic symmetry // *Telecommunication and Radio Engineering*. – 2017. – 76(14). – P. 1231-1238. DOI:10.1615/TelecomRadEng.v76.i14.20
10. Tleukenov S.K., Zhalgasbekova Z.K., Sirenko Yu.K. Phase and group velocities of electromagnetic waves in a monoclinic crystal // *Telecommunication and Radio Engineering*. – 2019. – 78(1). – P. 1-10.
11. Tleukenov S.K., Balabekov K.N., Zhalgasbekova Z.K. Gruppovaya skorost' i potok elektromagnitnoi energii v rombicheskikh kristallakh // *Vestnik. Evraziiskogo natsional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva. Seriya Fizika. Astronomiya* [Group Velocity and Electromagnetic Energy Flow in Rhombic

Crystals // Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy Series] -- 2019. – No. 1(126). – P. 90-98[In Russian]

12. Tleukenov, S.K., Balabekov K.N., Zhalgasbekova Z.K. Laws of reflection and refraction of TE and TM polarization waves on the border of rhombic crystals // Вестник КарГУ. – 2020. – №1(97). – P. 70-81.

13. Sirenko Yu.K., Tleukenov S.K., Yashina N.P., Zhalgasbekova Z.K. Propagation of Electromagnetic Waves in Structures with Biaxial Anisotropic Media of Monoclinic Syngony. Part 1: Unlimited Media // Telecommunications and Radio Engineering. – 2020. – 79(5). – P. 363-381.

14. Sirenko Yu.K., Tleukenov S.K., Yashina N.P., Zhalgasbekova Z.K. Propagation of electromagnetic waves in structures with biaxial anisotropic media of monoclinic syngony. part 2: waveguide structures // Telecommunications and Radio Engineering. – 2020. – 79(6). – P. 453-470.

15. Smirnov V.I. Kurs vysshei matematiki [Course of Higher Mathematics] – Moskva: GITTL. – 1953 [In Russian]

16. Gantmakher F.R. Teoriya matrits [Matrix Theory] – Moscow: Nauka. – 1988 [In Russian]

17. Tleukenov S.K. A method for the analytical description of coupled-field waves in various anisotropic media // Acta Mech. – 2014. – P. 3535-3547.

18. Tleukenov S.K., Aitbaev A.B. O volnakh Lemba v uprugikh sloyakh rombicheskoi simmetrii // Akusticheskii zhurnal [On Lamb Waves in Elastic Layers with Rhombic Symmetry // Acoustical Journal] – 2015. – Vol. 61. No. 2. – P. 161-164 [In Russian]

19. Filippov D.A., Galichyan T.A., Laletin, V.M. Magnetolectric effect in bilayer magnetostrictive-piezoelectric structure // Theory and experiment, Applied Physics A. – 2014. – 115(3) – P. 1087-1091.

20. Bichurin M.I., Petrov V.M., Averkin S.V., Filippov A.V. Electromechanical resonance in magnetolectric layered structures // Phys. Solid State. – 2010. – 52. – P. 2116-2122.

#### **Сведения об авторах:**

**Тлеуенов С.К.** – автор для корреспонденции, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра технической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Астана, Казахстан. E-mail: matricant@inbox.ru

**Балабеков К.Н.** – кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры технической физики, Евразийский национальный университет имени Л.М.Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Астана, Казахстан. E-mail: Kairgan\_55@mail.ru

**Жалгасбекова З.К.** – преподаватель, Казахский университет технологии и бизнеса, ул. Кайыма Мухамедханова, 37А, Астана, Казахстан. E-mail: Zhalgasbekova68@mail.ru

**Tleukenov S.K.** – corresponding author, doctor of physical and mathematical sciences, Professor of the Department of technical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhymukan str., Astana, Kazakhstan. E-mail: matricant@inbox.ru

**Balabekov K.N.** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, head of the Department of Technical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhymukan str., Astana, Kazakhstan. E-mail: Kairgan\_55@mail.ru

**Zhalgasbekova Z.K.** – lecturer of the Kazakh University of Technology and Business, Kayum Mukhamedkhanov str.,37A,Astana, Kazakhstan. E-mail: Zhalgasbekova68@mail.ru

**Тлеуменов С.К.** – хат-хабар авторы, физика-математика ғылымдарының докторы, техникалық физика кафедрасының профессоры.Л.Н.Гумилов атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қажымұқан көшесі 13, Астана, Қазақстан. E-mail: matricant@inbox.ru

**Балабеков К.Н.** – физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, техникалық физика кафедрасының профессоры. Л.Н.Гумилов атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қажымұқан көшесі 13, Астана, Қазақстан. E-mail: Kairgan\_55@mail.ru

**Жалгасбекова З.К.**–Қазақ технология және бизнес университетінің оқытушысы, Қайым Мұхамедханов көшесі 37А, Астана, Қазақстан. E-mail: Zhalgasbekova68@mail.ru



Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).