**И. Шарафуллин*, А. Нугуманов, У. Валиахметов**

Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия
(E-mail: sharafullinif@yandex.ru)

Метод нейронных сетей для моделирования скирмионной решетки в композитном мультиферроике

Аннотация. Магнитоэлектрические наноплёнки представляют огромный интерес в качестве функциональных элементов ультра-плотных ячеек памяти. В основном состоянии в них могут формироваться различные топологические магнитные вихревые структуры размером в несколько нанометров. Качественные и количественные свойства таких структур сильно зависят от набора физических параметров. Для вычисления конфигурации основного состояния с заданными параметрами мы используем метод наискорейшего спуска, однако для исследования большого параметрического пространства требуются значительные вычислительные ресурсы. Для решения этой проблемы предлагается применение искусственных нейронных сетей (ИНС), с помощью которых построена зависимость между комбинациями параметров и соответствующими конфигурациями основного состояния с использованием относительно малого количества предварительно вычисленных конфигураций в качестве данных для обучения. Применение ИНС позволяет избежать чрезмерных вычислительных затрат при исследовании параметрического пространства и осуществляет выборку набора данных, при которых возможно существование стабильных нетривиальных конфигураций основного состояния в виде устойчивого скирмионного кристалла.

Keywords: мультиферроики, тонкие пленки, магнитоэлектрическое взаимодействие, нейронные сети, скирмионы.

DOI: doi.org/10.32523/2616-6836-2023-142-1-6-15

1. Введение

Численное моделирование мультиферроиков с несколькими видами взаимодействия даже при относительно небольшом количестве моделируемых частиц требует значительных вычислительных ресурсов. Значительный прогресс в развитии методов математического моделирования с использованием нейронных сетей в теории конденсированного состояния позволяет усовершенствовать и добиться серьезного ускорения методов исследования физических свойств материалов [1]. Например, разработка нейросети для представления квантовой волновой функции [2] послужила толчком в развитии моделирования систем многих взаимодействующих тел [3-6]. Д. Причиненко с соавт. [7] предложили новый метод глубокого машинного обучения для поиска параметров многослойной фотонной структуры по заданному оптическому спектру коэффициента отражения, позволяющий с высокой точностью проектировать структуру материала по выходным характеристикам оптического сигнала, тем самым эффективно решая обратную задачу.

Использование нейронных сетей позволяет надеяться на успех в моделировании фрустрированных систем и наноплёнок, альтернативой которым являются статистические

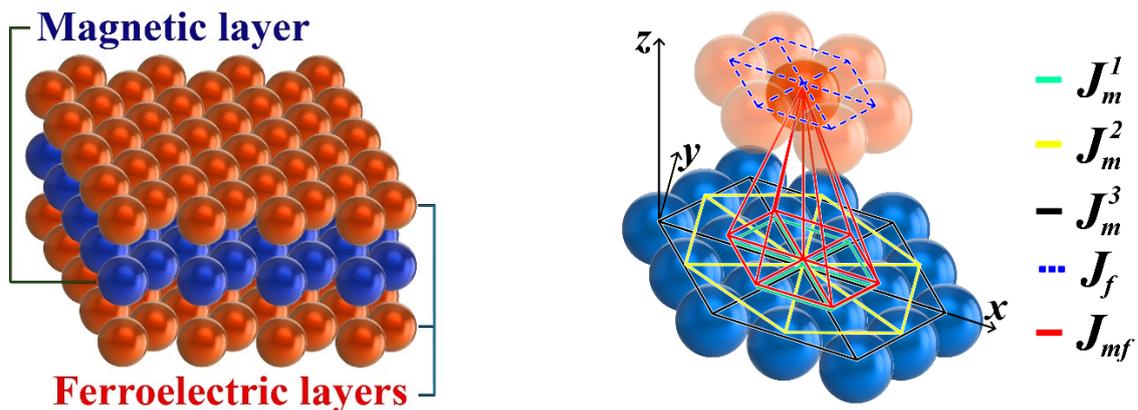
методы, требующие достаточно больших вычислительных ресурсов, хотя стоит отметить, что предпринимаются серьезные усилия по поиску альтернативных моделей обработки информации с высокой энергоэффективностью по аналогии с человеческим мозгом [6,8]. Одной из возможных реализаций этого типа когнитивных вычислений являются «кумулятивные» вычислительные сети, построенные из нелинейных рекурсивно связанных резистивных магнитных элементов. В [9] авторами было высказано предположение, что сеть скирмионов, сформированных в фрустрированной магнитной пленке, способна обеспечить подходящую физическую реализацию приложений кумулятивной вычислительной сети.

Экспериментальные фазовые диаграммы ряда материалов указывают на значительные переходные области между различными фазами (в том числе скирмионами и парамагнитными), что ставит задачу точного определения фазовых границ между, к примеру, скирмионами и геликоидальной структурой. Нейросети успешно применяются для идентификации магнитных фаз магнитных гамильтонианов, являющихся примером сильнокоррелированных материалов [6, 9-14]. В [6] подход машинного обучения применялся для распознавания и классификации сложных неколлинеарных магнитных структур в двумерных материалах, и было показано, что стандартная нейросеть с прямой связью может эффективно использоваться для контролируемого обучения на конфигурациях топологически защищенных скирмионных и спиральных магнитных структур.

Благодаря присутствию нескольких конкурирующих взаимодействий возможно сосуществование двух или более типов упорядочения в определённых диапазонах внешних полей и температур, включая возникновение топологически защищённых вихревых нанобъектов [13, 14].

Данная статья направлена на поиск таких значений параметров взаимодействия и напряжённости внешнего магнитного поля в трёхслойном композитном мультиферроике (рис. 1а), при которых нетривиальные топологические магнитные структуры стабильны в основном состоянии моделируемой системы. Для уменьшения вычислительной трудоёмкости поиска в параметрическом пространстве мы применим аппарат искусственных нейронных сетей.

2. Модель композитного мультиферроика и искусственная нейронная сеть



а) Композитный мультиферроик с одним магнитным и двумя ферроэлектрическими слоями

б) Схема взаимодействия на границе раздела слоёв (интерфейсе)

Рисунок 1. Модель композитного мультиферроика с треугольной решёткой

Определим гамильтониан моделируемого мультиферроика следующим образом:

$$\sum_{i=1,9} \left[\vec{S}_i \cdot \left(J_m^1 \sum_{j1=1,6} \vec{S}_{j1} + J_m^2 \sum_{j2=1,6} \vec{S}_{j2} + J_m^3 \sum_{j3=1,6} \vec{S}_{j3} + \vec{H} \right) + \sum_{k=1,2} P_i^k \cdot \sum_{j1=1,6} (J_f P_{j1}^k + J_{mf} [\vec{S}_i \times \vec{S}_{j1}]) \right] \quad (1)$$

Здесь J_m, J_f, J_{mf} – параметры антиферромагнитного обмена, ферроэлектрического и магнитоэлектрического взаимодействия Дзялошинского-Мория, \vec{S}_i – магнитный спин, P_i^k – электрический диполь на слое k , \vec{H} – внешнее магнитное поле. Будем считать, что обе системы имеют гексагональную кристаллическую симметрию, и рассмотрим три обменных взаимодействия в магнитной подсистеме: J_m^1, J_m^2, J_m^3 (рис. 1б).

Основное состояние магнитной подсистемы определяется минимумом энергии, описанным в гамильтониане (1). Наша задача состоит в том, чтобы найти такие комбинации параметров, при которых в основном состоянии возникают нетривиальные устойчивые скирмионоподобные топологические структуры (пример такой структуры показан на рис. 2).

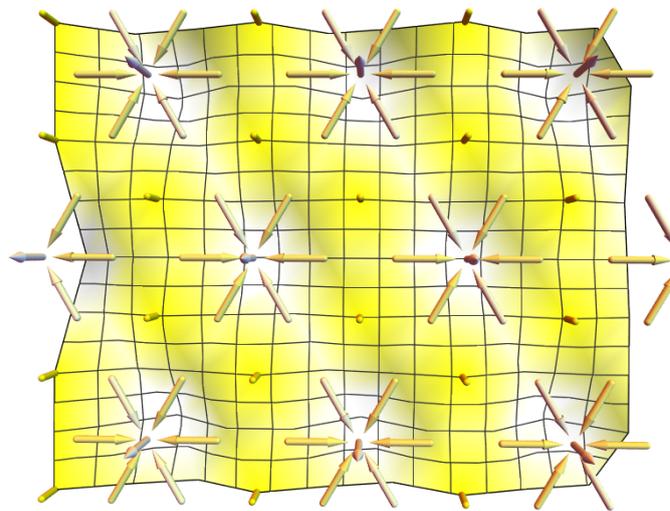


Рисунок 2. Пример идеальной скирмионной решётки

Поиск глобального минимума функции энергии с большим числом переменных ($4N^2$ компонент единичных магнитных спинов в центральном магнитном слое и $4N^2$ одномерных векторов электрической поляризации в двух внешних ферроэлектрических пленках, где N – линейная, размером с квадратную нанопленку) является чрезвычайно ресурсоемкой задачей. Для данного исследования мультиферроидной нанопленки с гексагональной симметрией и тремя параметрами обменного взаимодействия мы рассмотрим систему, состоящую только из 9 спинов и двух слоёв по 9 локальных векторов электрической поляризации, применяя периодические граничные условия в плоскости. Эти размеры были выбраны для представления типичных размеров решетки многослойных систем, которые, как показано в литературе, содержат скирмионы [15-17]. Это количество переменных довольно мало, но оно позволяет всем узлам взаимодействовать друг с другом в разных диапазонах, обеспечивая при этом релевантную информацию об основных состояниях и быстрый поиск в параметрическом пространстве.

1.1. Структура искусственной нейронной сети и её обучение

Искусственная нейронная сеть, или ИНС – это универсальная аппроксимирующая

функция «черный ящик», эмулирующая биологические нейронные структуры, которая позволяет нам предсказывать основное состояние для конкретных параметров без прямого вычисления минимальной энергии системы. Прежде чем использовать его, нам нужно подготовить обучающую выборку данных, вычислив основные состояния для случайно сгенерированных параметров (в пределах области $[-1, 1]$ для каждого параметра). Каждый элемент обучающих данных состоит из пары векторов: входного (физические параметры) и выходного (основное состояние в виде проекций магнитных спинов и одномерных векторов поляризации). Мы «обучаем» ИНС на этих данных, причем обучение представляет собой процесс алгоритмического поиска внутренних параметров ИНС, таких, чтобы ошибка между результатом применения ИНС на входе и на выходе была минимизирована. Огромное преимущество использования ИНС для поиска в многомерном параметрическом пространстве (в нашем случае 8) заключается в том, что он оценивает выходные данные намного быстрее, чем любой метод оптимизации, давая правильные прогнозы для известных входных данных и аппроксимируя неизвестные, тем самым предлагая эффективное решение задачи. Обратная задача поиска параметров, соответствующих некоторым нетривиальным конфигурациям основного состояния, отсутствовавшим в обучающих данных.

ИНС принимает массив в качестве входных данных (также называемый «входным сигналом») и обрабатывает его определенным образом, чтобы получить выходной массив (или «выходной сигнал»). ИНС обучается с использованием обучающих данных, комбинации «входной сигнал» + «выходной сигнал» произвольной размерности. В нашем случае входной сигнал представляет собой вектор значений параметров $L_{in}=8$, выходной сигнал содержит 9 векторов спина (выраженных в виде сферических углов θ, φ) и 2 слоя из 9 сегнетоэлектрических скаляров с общим количеством $L_{out}=36$ компонент. ИНС состоит из 3 или более «слоев»: входного, выходного и одного или нескольких «скрытых» слоев, которые организованы последовательно (рис. 3.1.). Каждый уровень получает сигнал от предыдущего уровня, обрабатывает его и передает на следующий уровень. Обработка обычно состоит из применения линейного преобразования W ; смещения на некоторый вектор «смещения» B и применения к результату нелинейной функции «активации» σ [1].

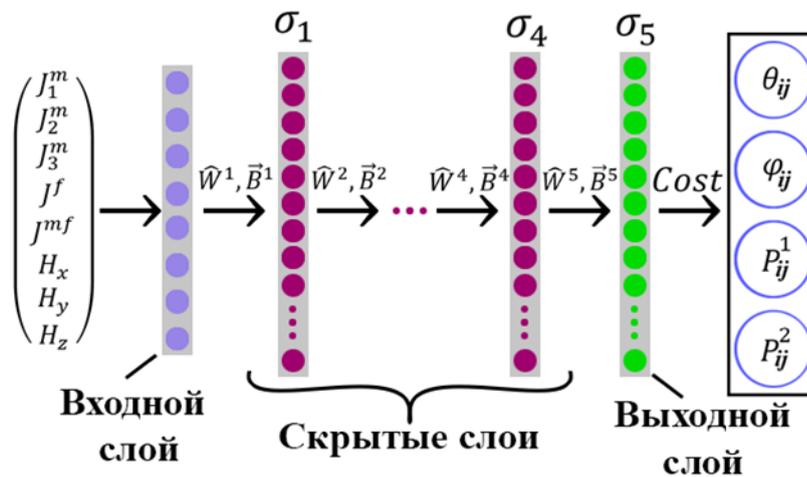


Рисунок 3. Структура искусственной нейронной сети, принимающей параметры на входной слой и выдающей состояние мультиферроика на выходном слое

Если слой i получает сигнал \vec{a}_{i-1} он передаст сигнал \vec{a}_i на слой $i+1$, определяемый следующим образом:

$$\vec{a}_i = \sigma(\hat{W}_i \vec{a}_{i-1} + \vec{B}_i) \quad (2)$$

Размеры весовых и диагональных массивов соответствуют количеству составляющих («узлов») или «ширине» каждого слоя. Множество элементов $\{\hat{W}_i, \vec{B}_i\}$ являются внутренними

параметрами ИНС, которые необходимо обучить, т.е. изменить таким образом, чтобы минимизировать ошибку прогнозов ИНС для обучающих данных.

Обучение ИНС основано на методе градиентного спуска, в котором ИНС рассматривается как вложенная функция с входным сигналом X и внутренними параметрами, подлежащими обучению, $\hat{\Theta} = \{\hat{W}_i, \hat{B}_i\}$ в качестве аргументов и выходным сигналом F в качестве его значения $F = F(\Theta, X)$. «Функция ошибки» C ИНС обычно рассчитывается как стандартное отклонение предсказанного сигнала F от ожидаемого результата Y : $C = \|F - Y\|_2$. Зависимость F от внутренних параметров $\hat{\Theta}$ известна (2), поэтому мы можем вычислить градиент функции ошибки: $\vec{\nabla}C = \partial C / \partial \hat{\Theta}_k$, таким образом, изменение $\hat{\Theta}$ в направлении, противоположном направлению градиента, уменьшит функцию ошибки:

$$\hat{\Theta}^{t+1} = \hat{\Theta}^t - \eta \vec{\nabla}C \quad (3)$$

Формула (3) отражает один шаг обучения ИНС, где параметр $\eta > 0$ — «скорость обучения». При большом значении η функция ошибки колеблется вокруг минимума, а очень малая скорость обучения гарантирует медленное и плавное приближение к локальному минимуму, который может не совпадать с глобальным, поэтому нахождение оптимального значения для конкретных обучающих данных требует некоторой тонкой настройки при обучении.

3. Результаты применения нейронной сети и обсуждение

Зададим начальную магнитную конфигурацию в виде, показанном на рис. 2, начальные значения для ферроэлектрических слоев в виде электрически неполяризованных слоёв: $P_{11}, P_{12}, \dots, P_{19}, P_{29} = 0$, и обозначим эти начальные состояния как SP_0 . Поиск устойчивых решений начнем с генерации случайных наборов параметров $A_i = \{J_m^1, J_m^2, J_m^3, J_f, J_{mf}, H^x, H^y, H^z\}$ в диапазоне $[-1, 1]$ и минимизации полной энергии $\mathcal{H}(A_i, SP_0)$, определяемой (1) методом градиентного спуска с SP_0 в качестве первого приближения. Следует отметить, что полученные решения SP_i устойчивы, но не обязательно являются основными состояниями мультиферроика для параметров A_i , т.е. локальный минимум, в который переходит исходная конфигурация SP_0 . Мы сгенерировали в общей сложности 2^8 различных решений $\{A_i, SP_i\}$ в качестве обучающих данных для ИНС. Затем выбираем такой SP_i , который имеет минимальную евклидову норму с начальным состоянием SP_0 : $M_0 = \|SP_i - SP_0\|_2$ и выбираем соответствующие параметры в качестве A_0 . Это позволяет нам стохастически искать устойчивые состояния, близкие к SP_0 в параметрическом пространстве, одновременно переобучая ИНС в соответствии со следующим алгоритмом:

Сгенерировать наборы параметров $\{A_i\}$ как небольшие случайные модификации A_0 , примените ИНС к $\{A_i\}$ и вычислите евклидову норму между выходным сигналом и целевым состоянием $\{M_i\} = \|F(\{A_i\}) - SP_0\|_2$;

Выбрать минимальное M'_i , вычислить стабильное состояние SP'_i для соответствующего методом градиентного спуска;

Добавить $\{A'_i, SP'_i\}$ к обучающим данным и переобучить ИНС;

Вычислить норму $M'_0 = \|SP'_i - SP_0\|_2$ и сравнить с M_0 : если $M'_0 < M_0$, то новое состояние ближе к целевому состоянию, $M_0 \rightarrow M'_0$, $A_0 \rightarrow A'_0$. В противном случае продолжить с предыдущим набором A_0 .

Этот алгоритм обеспечивает быстрый поиск определенных устойчивых состояний в параметрическом пространстве, так как каждый новый элемент обучающих данных повышает точность предсказания ИНС, что, в свою очередь, повышает точность поиска, сужая области значений искомых параметров. Пример наиболее близкой к исходной конфигурации показан на рис. 4.

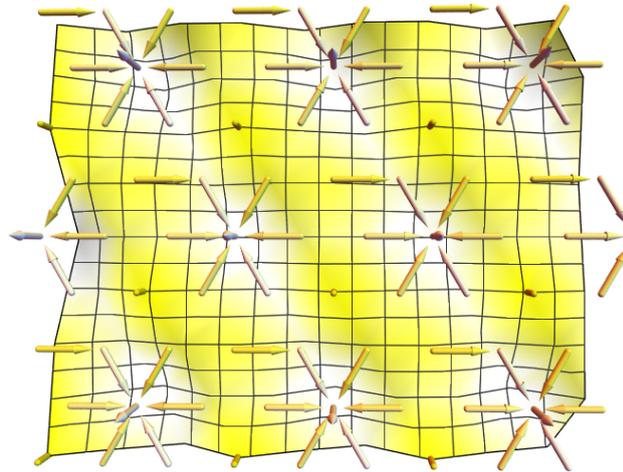


Рисунок 4. Стабильная конфигурация магнитного слоя при $J_m^1 = -0.93$, $J_m^2 = -1.0$, $J_m^3 = -0.59$, $J_f = -0.97$, $J_{mf} = 0.14$, $H^x = H^y = 0$, $H^z = 0.3$, обнаруженная с помощью нейронной сети

Этот модифицированный с помощью ИНС поиск позволил нам определить диапазоны значений параметров (Таблица 1), которые соответствуют стабильным магнитным состояниям со скирмионной решеткой. Всего в рамках этого исследования на локальную устойчивость было проверено $\sim 2^{12}$ конфигураций и соответственно сгенерировано столько же элементов обучающей выборки.

С увеличением величины интерфейсной связи J_{mf} спины образуют в плоскости магнитного слоя магнитный вихрь - скирмион Неелевского типа. Типичный пример (увеличение двух скирмионов) полученных состояний показан на рис. 5. Результаты для радиуса скирмионов показаны на рис. 6 в зависимости от интерфейсной связи J_{mf} . Видно, что радиус скирмионов увеличивается, когда мы увеличиваем значения J_{mf} . В области магнитоэлектрического взаимодействия $J_{mf} \in (-0,7; 0)$ радиус скирмионов увеличивается до 3 узлов при $J_{mf} = -0,45$, а при $J_{mf} \in (0; 1,9)$ радиус скирмионов стремится к 5.8 атомных единиц, а затем размер скирмионов уменьшается до нуля.

Таблица 1. Значения параметров, соответствующих стабильным скирмионным решеткам

Параметр	Мин. значение	Макс. значение
J_m^1	-1.01	-0.903
J_m^2	-9.975	-0.954
J_m^3	-1.055	1.005
J_f	-1.007	-0.802
J_{mf}	-0.725	1.887
H_x	-0.5	0.5
H_y	-0.5	0.5
H_z	-1.0	1.0

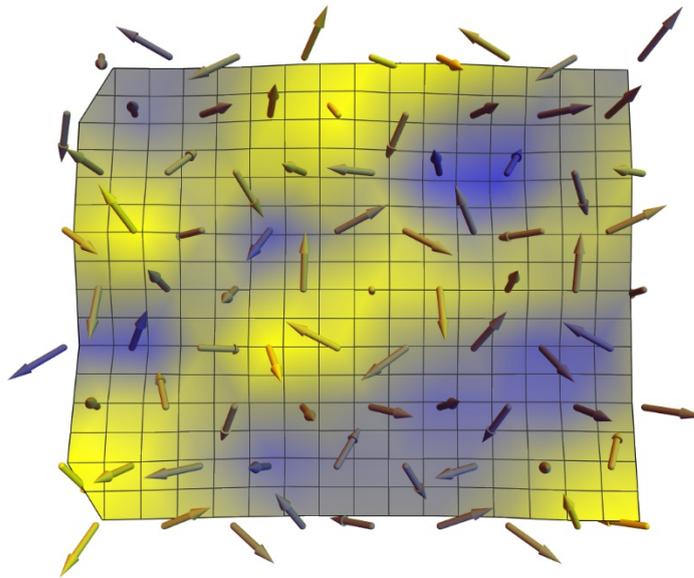


Рисунок 5. Стабильное состояние с хиральным скирмионом при $J_m^1 = -0.93$, $J_m^2 = -1.0$, $J_m^3 = -0.59$, $J_f = -0.97$, $J_{mf} = 1.14$, $H^z = 0.3$

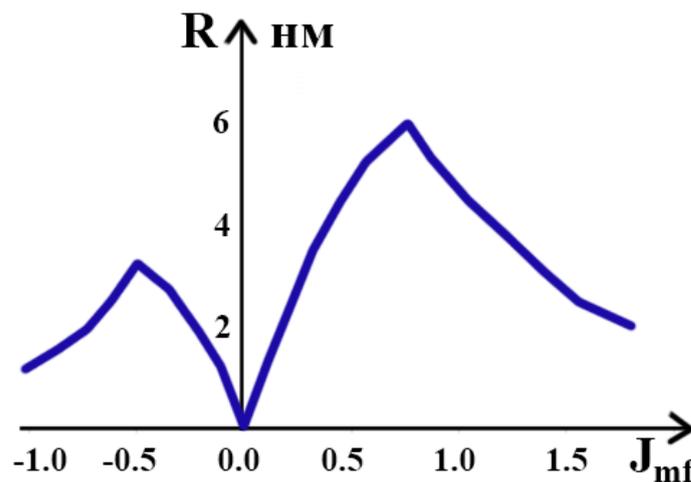


Рисунок 6. Радиусы скирмионов в зависимости от величины J_{mf} . Здесь $J_m^1 = -0.93$, $J_m^2 = -1.0$, $J_m^3 = -0.59$, $J_f = -0.97$, $H^z = 0.3$

Отметим, что параметры обмена J_m^1 и J_m^2 ближайших и вторых ближайших соседей отрицательны, что приводит к фрустрации в магнитном слое, а отрицательные значения J_f определяют антиферроэлектрический порядок. Также стоит отметить, что диапазон стабильных значений J_m^2 намного шире, чем у других параметров, что говорит о слабой зависимости устойчивости от него. Взаимодействие третьих ближайших соседей J_m^3 не оказывает существенного влияния на результаты, поэтому им и другими параметрами обмена можно пренебречь.

4. Выводы

С помощью ИНС мы построили взаимосвязь между комбинациями параметров мультиферроиков и соответствующими конфигурациями основного состояния, используя относительно небольшое количество предварительно вычисленных конфигураций в качестве обучающих данных. Применение ИНС позволило избежать чрезмерных вычислительных затрат

при исследовании параметрического пространства и найти такие параметры, при которых возможно существование устойчивых нетривиальных конфигураций основного состояния в виде стабильного кристалла скирмиона.

Стабилизирующее воздействие на вихревые структуры может быть обеспечено за счет магнитоэлектрического взаимодействия с ферроэлектрическими слоями, значения которых линейно зависят от легкоуправляемого внешнего электрического поля. Заметим, что идеальная мультиферроидная ячейка памяти открывает возможность электрической записи магнитного состояния. Реализация таких устройств требует электрического управления магнитным параметром порядка.

Взаимодействие третьих ближайших соседей J_m^3 не оказывает существенного влияния на результаты, поэтому им и более дальнедействующими параметрами обмена можно пренебречь. Отметим, что минимально необходимое значение J_m^2 для стабилизации решетки скирмиона уменьшается с увеличением значения J_{mf} , поскольку J_m^2 и J_m^1 являются антиферромагнитными обменными взаимодействиями, которые конкурируют с магнитоэлектрической связью.

Знак магнитоэлектрического взаимодействия J_{mf} не оказывает влияния на скирмионоподобные состояния благодаря симметрии, которая нарушается воздействием внешнего магнитного поля \vec{H} .

Вычисленные значения внешнего магнитного поля \vec{H} очень слабы относительно других параметров и их сложно воспроизвести в реальных материалах. Его стабилизирующий эффект на вихревые структуры может быть обеспечен посредством магнитоэлектрического взаимодействия с ферроэлектрическими слоями, амплитуды диполей которых линейно зависят от легко контролируемого внешнего электрического поля.

Список литературы

1. Gurney K. An introduction to neural networks. CRC press (2018).
2. Nomura Y., A. S. Darmawan, Y. Yamaji, M. Imada //Phys. Rev. B. 96 (20), 205152 (2017).
3. Saito H., M. Kato. J //Phys. Soc. Jpn. 87 (1), 014001 (2018).
4. Gershman S. J., E. J. Horvitz, J. B. Tenenbaum//Science. 349 (6245), 273 (2015).
5. Iakovlev I. A., O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko//Phys. Rev. B. 98 (17), 174411 (2018).
6. Safronov K. R., V. O. Bessonov, A. A. Fedyanin// JETP Lett. 114 (6), 360 (2021).
7. Prychynenko D., M. Sitte, K. Litzius, B. Kruger, G. Bourianoff, M. Klau, J. Sinova, K. Everschor-Sitte// Phys. Rev. Applied. – 9 (1). – Pp.014034 (2018).
8. Yu X.Z., N. Kanazawa, Y. Onose, K. Kimoto, W. Z. Zhang, S. Ishiwata, Y. Matsui, Y. Tokura// Nat. Mater. 10 (2), 106 (2011).
- I. A., O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko// Phys. Rev. B. 99 (2), 024430 (2019).
9. Iakovlev G. E. Volovik// JETP Lett. 103 (2), 140 (2016).
10. Butenko A., Leonov A., Rößler U., Bogdanov A. (2010), Stabilization of skyrmion textures by uniaxial distortions in noncentrosymmetric cubic helimagnets// Physical Review B. - Vol. 82. – Pp. 052403.
11. Iakovlev I. A., O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko. Phys. Rev. B. 97 (18), 184415 (2018).
12. Wang J., W. Zhang, T. Hua, T. C. Wei. Phys. Rev. Research. 3 (1), 013074 (2021).
13. Sharafullin I. F., H. T. Diep. JETP Lett. 114 (9), 579 (2021).
14. Abid M., H. Ouahmane, H. Lassri, A. Khmou, R.J. Krisnan, Magn. Matter 202 (1999) 335.
15. Ortiz-Alvares H., C. Bedoya-Hincapie, E. Restrepo-Parra. Monte Carlo simulation of charge mediated magnetoelectricity in multiferroic bilayers//Physica B: Condensed Matter. – 454 (2014). – Pp. 235–239.
16. Ryazanov V.V., V.A. Oboznov, A.S. Prokofiev, V.V. Bolginov, A.K. Feofanov, J. //Low Temp. Phys. – 136 (2004) – Pp.285.

И. Шарафуллин, А. Нугуманов, У. Валиахметов
Уфа ғылым және технологиялар университети, Уфа, Ресей

Композиттік мультиферроикадағы скирмиялық торды модельдеуге арналған нейрондық желі әдісі

Аңдатпа. Магнитті-электрлік нанofilmдер ультра тығыз жад жасушаларының функционалды элементтері ретінде үлкен қызығушылық тудырады. Негізгі күйде оларда бірнеше нанометрлік әртүрлі топологиялық магниттік құйынды құрылымдар пайда болуы мүмкін. Мұндай құрылымдардың сапалық және сандық қасиеттері физикалық параметрлер жиынтығына тәуелді. Берілген параметрлермен негізгі күйдің конфигурациясын есептеу үшін біз ең аз түсу әдісін қолданамыз, бірақ үлкен параметрлік кеңістікті зерттеу үшін көп мөлшердегі есептеу ресурстары қажет. Бұл мәселені шешу үшін алдын-ала есептелген конфигурациялардың салыстырмалы түрде аз санын оқыту деректері ретінде пайдалана отырып, параметрлер комбинациялары мен негізгі күй конфигурациялары арасында байланыс құрылған жасанды нейрондық желілерді (ЖНЖ) қолдану ұсынылады. ЖНЖ қолдану параметрлік кеңістікті зерттеу кезінде шамадан тыс есептеу шығындарын болдырмауға мүмкіндік береді және тұрақты скирмиялық кристалл түрінде негізгі күйдің тұрақты тривиальды емес конфигурацияларының болуы мүмкін мәліметтер жиынтығын таңдайды.

Түйін сөздер: мультиферроиктер, жұқа пленкалар, магнитті-электрлік өзара әрекеттесу, нейрондық желілер, скирмиондар.

I. Sharafullin, A. Nugumanov, U. Valiakhmetov
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

Stable skyrmion lattices found in composite multiferroics with neural networks

Abstract. Magnetoelectric nanofilms are of great interest as functional elements of ultra-dense memory cells. In the ground state they may contain various topological magnetic vortex structures of several nanometers in size. The qualitative and quantitative properties of such structures strongly depend on a set of physical parameters. To calculate the ground state configuration with given parameters, we use the steepest descent method; to study a large parametric space, however, significant computational resources are required. To solve this problem, we propose the use of artificial neural networks (ANN), which can help us uncover the relationship between combinations of parameters and the corresponding ground state configurations, using a relatively small number of pre-computed configurations as training data. The application of the ANN allows one to avoid excessive computational costs in the study of the parametric space and narrow down the parametric area in which the existence of stable non-trivial ground state configurations in the form of a stable skyrmion crystal is possible.

Keywords: artificial neural networks, skyrmions, ground state, frustrated models, magnetoelectric interaction.

References

1. K. Gurney. An introduction to neural networks. CRC press (2018).
2. Y. Nomura, A. S. Darmawan, Y. Yamaji, M. Imada. Phys. Rev. B. 96 (20), 205152 (2017).
3. H. Saito, M. Kato. J. Phys. Soc. Jpn. 87 (1), 014001 (2018).
4. S. J. Gershman, E. J. Horvitz, J. B. Tenenbaum. Science. 349 (6245), 273 (2015).
5. I. A. Iakovlev, O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko. Phys. Rev. B. 98 (17), 174411 (2018).

6. K. R. Safronov, V. O. Bessonov, A. A. Fedyanin. JETP Lett. 114 (6), 360 (2021).
7. D. Prychynenko, M. Sitte, K. Litzius, B. Kruger, G. Bourianoff, M. Klauj, J. Sinova, K. Everschor-Sitte. Phys. Rev. Applied. 9 (1), 014034 (2018).
8. X. Z. Yu, N. Kanazawa, Y. Onose, K. Kimoto, W. Z. Zhang, S. Ishiwata, Y. Matsui, Y. Tokura. Nat. Mater. 10 (2), 106 (2011).
9. I. A. Iakovlev, O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko. Phys. Rev. B. 99 (2), 024430 (2019).
10. G. E. Volovik. JETP Lett. 103 (2), 140 (2016).
11. Butenko A, Leonov A, Rößler U, Bogdanov A (2010), "Stabilization of skyrmion textures by uniaxial distortions in noncentrosymmetric cubic helimagnets," Physical Review B, vol. 82, p. 052403.
12. I. A. Iakovlev, O. M. Sotnikov, V. V. Mazurenko. Phys. Rev. B. 97 (18), 184415 (2018).
13. J. Wang, W. Zhang, T. Hua, T. C. Wei. Phys. Rev. Research. 3 (1), 013074 (2021).
14. I. F. Sharafullin, H. T. Diep. JETP Lett. 114 (9), 579 (2021).
15. M. Abid, H. Ouahmane, H. Lassri, A. Khmou, R.J. Krisnan, Magn. Matter 202 (1999) 335.
16. H. Ortiz-Alvares, C. Bedoya-Hincapie, E. Restrepo-Parra, Monte Carlo simulation of charge mediated magnetoelectricity in multiferroic bilayers, Physica B: Condensed Matter 454 (2014) 235–239.
17. V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.S. Prokofiev, V.V. Bolginov, A.K. Feofanov, J. Low Temp. Phys. 136 (2004) 285..

Сведения об авторах:

И.Ф. Шарафуллин – доцент, д.ф.-м.н., заведующий Лабораторией дизайна новых материалов, Уфимский университет науки и технологий, ул. Заки Валиди, 32, г. Уфа, Россия.

А.Г. Нугуманов – младший научный сотрудник Лаборатории дизайна новых материалов, Уфимский университет науки и технологий, ул. Заки Валиди, 32, г. Уфа, Россия.

У.Р. Валиахметов – магистрант физико-технического института, Уфимский университет науки и технологий, ул. Заки Валиди, 32, г. Уфа, Россия.

I.F. Sharafullin – Assistant Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of New Materials Design Laboratory, Ufa University of Science and Technology, 32 Zaki Validi st., Ufa, Russia.

A.G. Nugumanov – Junior Researcher, New Materials Design Laboratory, Ufa University of Science and Technology, 32 Zaki Validi st., Ufa, Russia.

U.R. Valiakhmetov – graduate student of Institute of Physics and Technology, Ufa University of Science and Technology, 32 Zaki Validi st., Ufa, Russia.