

Потенциал Корнелла в столкновительной кварк-глюонной плазме

Аннотация. В экспериментальных исследованиях кварк-глюонной плазмы на ускорителях важную роль играют чармоний и боттомоний, так как их начало диссоциация является одним из немногих признаков фазового перехода в горячей и сверхплотной среде. Эти частицы представляют собой связанные состояния тяжелых кварка и антикварка очарованного и прелестного аромата, соответственно. Одним из хорошо изученных методов исследования считаются феноменологические модели, где взаимодействие между кварками описывается потенциалами по типу Корнелла, а также его модификациями. В данной статье исследуется влияние движения чармония и боттомония в среде на потенциал с помощью динамического экранирования. Для экранирования используется диэлектрическая функция кильваторного поля по аналогии электродинамики обычной плазмы, в виду схожести описания, характерной только для данных связанных состояний. Данная диэлектрическая функция получена из столкновительной плазмы, основанной на уравнении Больцмана с оператором столкновения Бхатнагара-Гросса-Крука. Вследствие этого уравнение описывает среду как разряженный газ с парными столкновениями между частицами. Эффективные потенциалы между кварками в данной среде строятся с помощью метода хаотических фаз. Были получены потенциалы в зависимости от относительного движения связанных состояний в среде и частоты столкновения встречных частиц. Графически показаны характерные изменения потенциала по направлению движения частиц, в зависимости от величины этих параметров.

Ключевые слова: кварк-глюонная плазма, кварконий, эффективный потенциал, диэлектрическая функция, динамическое экранирование, столкновительная КПП.

DOI: doi.org/10.32523/2616-6836-2023-142-1-16-25

Введение

На сегодняшний день, большие экспериментальные установки диктуют актуальные направления в исследованиях для теоретической физики. Во многих физических теориях есть свободные параметры, на основе которых строятся дальнейшие предсказания. Точные значения этих параметров выводятся из анализа данных эксперимента. Одним из наиболее популярных экспериментальных установок на сегодняшний день, куда вовлечено большое количество ученых и средств, являются ускорители на базе Брукхейвенской национальной лаборатории (RHIC) [1, 2] и Европейского Центра Ядерных Исследований (ЦЕРН) [3]. Большой адронный коллайдер (БАК) [4, 5] – крупнейший ускоритель элементарных частиц в мире и остается последним дополнением к ускорительному комплексу ЦЕРН.

Предполагается, что в релятивистских тяжелых столкновениях взаимодействующая адронная материя при достаточно высокой плотности должна образовывать кварк-глюонную плазму (КПП). Таким образом, еще одним важным вопросом, исследующимся в БАК, является природа и свойства кварк-глюонной плазмы, которая, как считается, существовала в ранней Вселенной и в некоторых компактных и странных астрономических объектах сегодня. То есть кварк-глюонная плазма — это сильно сжатая, горячая материя при температурах выше 150 MeV ,

которую называют критической температурой фазового перехода, и при плотностях порядка $1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ [6]. При таких условиях кварки, образующие адронную материю, могут передвигаться свободно внутри кварк-глюонной плазмы, что называется асимптотической свободой, феномен, описанный в рамках квантовой хромодинамики [7]. КХД является общепринятой теорией сильного взаимодействия, и известная проблема конфайнмента в КХД, когда невозможно наблюдать отдельный кварк в природе [8], что можно не учитывать для асимптотически свободных кварков.

Наряду с фундаментальными исследованиями также развиваются модели с феноменологическим описанием системы [9]. Они дают возможность более наглядного описания процессов, так как являются более простыми в вычислениях. Эти модели используют аналогию с уже известными процессами, которые были теоретически описаны и могут быть интерпретированы с них помощью. По этой причине данная статья изучает феноменологическое описание потенциала взаимодействия между кварками в КПП.

В данной статье для описания притяжения между двумя частицами мы используем так называемый Кулоновский потенциал, что математически выражается как обратная пропорциональность от расстояния. Кулоновский потенциал хорошо исследован в классических задачах и притяжение частиц описывается этим потенциалом в большинстве случаев. Более того, данный потенциал является релятивистским, что соответствует скоростям частиц при соударениях с высокими энергиями. Однако для более детальной имитации явлений, происходящих в сильном взаимодействии, надо учитывать явления конфайнмента, упомянутое выше во введении со ссылкой для подробной информации. Грубое описание данного явления, которое мы включим в нашу феноменологическую модель, будет учитывать тот факт, что невозможно получить отдельный кварк даже при увеличении энергии для отделения кварка. Чем больше мы прикладываем энергию для разделения кварков, тем больше получаем сопротивление со стороны других кварков, что мы показали как прямую зависимость от расстояния. Конечно же, есть некое предельное значение энергии, при котором создается пара кварк и антикварк, однако эту возможность мы пока не рассматриваем в этой статье, так как это усложнит данное описание. Сумма этих двух потенциалов называется потенциалом Корнелла, про который можно прочесть в следующих ссылках [10, 11]. Все же потенциал Кулона описывает поля вокруг покоящийся частицы, то есть рассматривается статический случай. Однако мы понимаем, что частицы в среде кварк-глюонной плазмы не могут находиться в статическом состоянии, они все время находятся в движении, ведь закон сохранения импульса требует ненулевые скорости частиц после столкновений большинства нецентральных столкновений. По этой причине мы хотим рассмотреть динамический потенциал, с помощью которого мы получим более точную модель для объяснения результатов эксперимента. Более того, мы хотим рассмотреть экранированный потенциал, ведь экранированный потенциал Кулона, так называемый потенциал Дебая выводится естественным образом, если учитывать точечный источник заряда при решении уравнения Пуассона. Из-за дебаевского экранирования цветового заряда кварка плотная материя подвергается процессу деконфайнмента, так как радиус Дебая становится меньше, чем радиусы обычных нуклонов и мезонов. Таким образом, учитывая все вышесказанное, мы получаем эффективный потенциал для описания взаимодействия кварков, в который включено несколько эффектов одновременно.

Данная статья построена таким образом, что в введении мы пишем об истории возникновения данного предмета исследования, и нам приходится затронуть также историю исследования данного объекта и представить некоторый литературный обзор [12, 13]. Благодаря этому введение также включает в себя актуальность исследуемой проблемы и раскрывает причины, которые побудили авторов заняться написанием статьи по этой теме. Следующая часть статьи по праву может считаться основной, так как она несет в себе практически всю техническую информацию, которая была применена авторами для исследования статьи, а также более

полноценно раскрывает утверждения, представленные во введении статьи. Более того, в основной части вставлены графики, что является главным результатом данной статьи, и для графиков приведено соответствующее обсуждение. В заключительной части статьи приведен итог всех исследований.

Методы исследования

Вычисление свойств адронов в квантовой хромодинамике (КХД) является полностью непертурбативным. В результате, единственный доступный общий метод — это прямое вычисление с использованием методов решеточной КХД. Однако данные вычисления являются трудоемкими, по этой причине мы исследуем феноменологические модели (подробнее про актуальность можно ознакомиться во введении статьи).

Легкие кварки в адронах движутся с релятивистскими скоростями, поскольку масса связанного состояния намного больше массы кварка. Подсчитано, что скорость примерно в 0,3 раза больше скорости света для связанного состояния чармония и примерно в 0,1 раза больше скорости света для боттомония. Так как скорости сравнительно малы для связанных состояний, мы можем разложить уравнения по малому параметру скорости и гораздо упростить процесс решения. Этот метод называется нерелятивистской КХД. Однако, как уже мы говорили, в случае нашего эксперимента энергия пучков настолько высока, что кварки достигают асимптотической свободы, а значит двигаются с около релятивистскими скоростями. Мы планируем изучить связанные состояния кварков и действительно показать, насколько нерелятивистская квантовая хромодинамика может приближенно описать энергии основного состояния кваркония. Но в этой статье мы не хотим ограничивать описание нерелятивистским пределом, ведь в нашем случае мы исследуем только потенциалы. А кулоновский потенциал соответствует принципам инвариантности по отношению к преобразованиям Лоренца.

Ранний, но все еще эффективный метод используют модели эффективного потенциала для описания взаимодействия в системе кварк-глюонной плазмы. В этом методе используется тот факт, что движение кварков описывается в том предположении, что они движутся в статическом потенциале, во многом подобно изучению состояния молекул в веществе. Одна из самых популярных потенциальных моделей — это так называемый потенциал Корнелла (или воронки), который будет описан ниже как сложение двух отдельных потенциалов, которые имеют понятную физическую интерпретацию.

Для малых расстояний потенциал между кварками ведет себя как Кулоновский потенциал, то есть мы учитываем и притяжение, и отталкивание уже тривиальным для всех методом, который хорошо изучен:

$$V_{coul.}(r) = -\frac{4}{3} \alpha_s / r \quad (1)$$

Для больших расстояний нам понадобится дополнительный член, который бы ограничивал движение кварков и не позволял бы им покинуть пределы связанного состояния кварков, чтобы он описывал цветовой конфайнмент. Как говорилось во введении, увеличение энергии реакции для разрыва связанного состояния все равно не способствует появлению свободного кварка. Таким образом, потенциал взаимодействия между кварками в связанном состоянии должен увеличиваться с увеличением расстояния между кварками, так что самым тривиальным способом, удовлетворяющем этим условиям, является линейная зависимость, а точнее прямая пропорциональность. Более того, данный потенциал имеет непертурбативное происхождение и наблюдается в калибровочных теориях на решетке [14]:

$$V_{conf.}(r) = ar \quad (2)$$

В итоге при одновременном рассмотрении двух потенциалов для учета характерного притяжения при малых расстояниях и взаимодействия при больших расстояниях мы получаем потенциал, называемый потенциалом Корнелла:

$$V_{Cornell}(r) = \sigma r - \frac{\alpha_s}{r} \quad (3)$$

Несмотря на кажущуюся простоту, потенциал Корнелла достаточно хорошо воспроизводит спектр связанных состояний кварков более высоких поколений [14]. Данное описание потенциала авторы считают более уместным для дальнейшего развития идеи, заложенной при написании представленной статьи; конечно же, авторы не претендуют на историческую точность получения данного потенциала, представляя его в данной последовательности.

Следующим естественным шагом в приближении данного потенциала к описанию реальной системы взаимно притягивающихся частиц является учет образования структур, аналогичных образованию ионных облаков противоположного заряда, которые могут присутствовать в данной системе, помимо хаотического движения свободных частиц. Данное облако экранирует силовые линии источника и как бы уменьшает значения источника с расстоянием. При классическом случае кулоновский потенциал усложняется введением дебаевского экранирования, что также может быть выведено из решения уравнения Пуассона для плотности заряда и учета точечной структуры источника потенциала, коим являются сами заряженные частицы. То есть в нашей задаче мы не учитываем реальные размеры частиц, однако нельзя не учитывать, что эти частицы являются источником взаимодействия, и они физически присутствуют в системе в виде точки.

Таким образом, мы учли экранирование цветного заряда для потенциала Корнелла. Это было представлено в работе Карша, где была произведена модификация потенциала с учетом статического экранирования за счет среды в виде кварк-глюонной плазмы [15].

$$V_{Karsch}(r, T) = \frac{\sigma}{\mu(T)} (1 - e^{-\mu(T)r}) - \frac{\alpha}{r} e^{-\mu(T)r} \quad (4)$$

Здесь второй член сложения получается из:

$$V_{Yukawa}(r, T) = - \int \frac{d^3k}{2\pi^2} \frac{\alpha}{k^2 \epsilon(\mathbf{k}, 0)} e^{k \cdot r} \quad (5)$$

при

$$\epsilon(\mathbf{k}, 0) = 1 + \frac{\mu(T)}{k^2} \quad (6)$$

Такой вывод экранированного потенциала Корнелла был проделан по аналогии с классическим случаем, когда потенциал Кулона преобразуется благодаря учету экранировки [16]. Диэлектрическая функция (6), которая была использована для вычисления интеграла в выражении (5), приводит ко второму члену потенциала в выражении (4). Однако данный случай экранирования называется статическим случаем, так как в выражении (4) явно видна сферическая симметричность потенциала, читатель при желании может нарисовать потенциал и убедиться в этом самостоятельно. Как мы понимаем, частицы не находятся в состоянии покоя в системе свободных кварков и глюонов относительно лабораторной системы отчета. Их движение можно

считать прямолинейным в первом приближении, в таком случае потенциал должен иметь цилиндрическую симметрию вместо сферической. В данной работе производится модификация потенциала в связи с динамическим экранированием. Данная задача решается благодаря диэлектрическому потенциалу из [17]:

$$\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{\mu(T)}{k^2} \left(1 - \frac{\omega + iv}{2k} \ln \frac{\omega + iv + k}{\omega + iv - k} \right) \left(1 - \frac{iv}{2k} \ln \frac{\omega + iv + k}{\omega + iv - k} \right)^{-1} \quad (7)$$

где $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}$ – это произведение волнового вектора на скорость частицы, $M = u/c$ – это безразмерный параметр, показывающий, какую долю от скорости света имеет скорость данного источника, ν – это частота столкновений.

Данная диэлектрическая функция описывает горячую столкновительную кварк-глюонную плазму. Она получается в рамках кинетической теории, используя уравнение Больцмана, где вместо столкновительного члена выступает оператор столкновения Бхатнагара – Гросса – Крукса (БГК). Здесь параметром выступает частота столкновения, независимая от скорости движения частицы в среде [18, 19].

Результаты

Потенциалы взаимодействия были построены численно и изображены графически. Как мы видим из рис. 1 и 2, вид потенциала зависит от значения частоты столкновения.

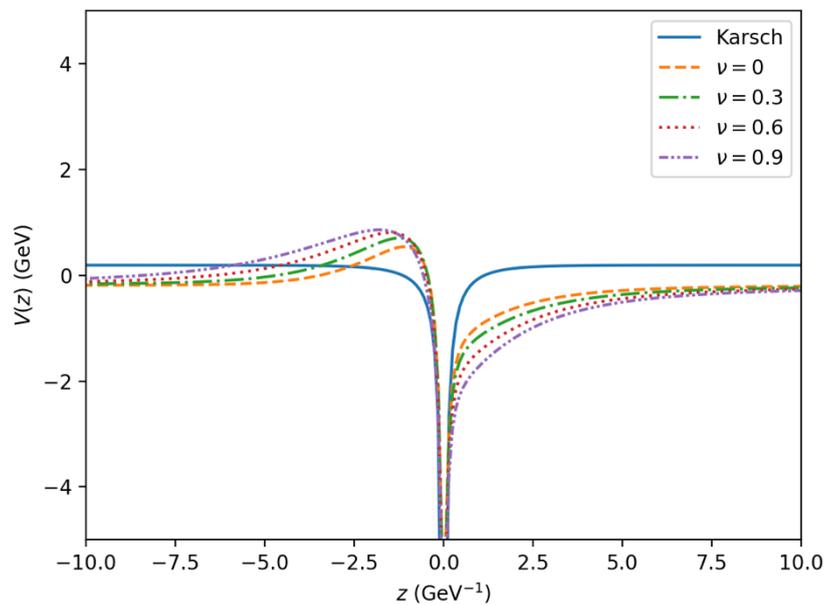


Рисунок 1. Данный график показывает поведение потенциала при $M = 0.55$ для разных значений частот столкновений

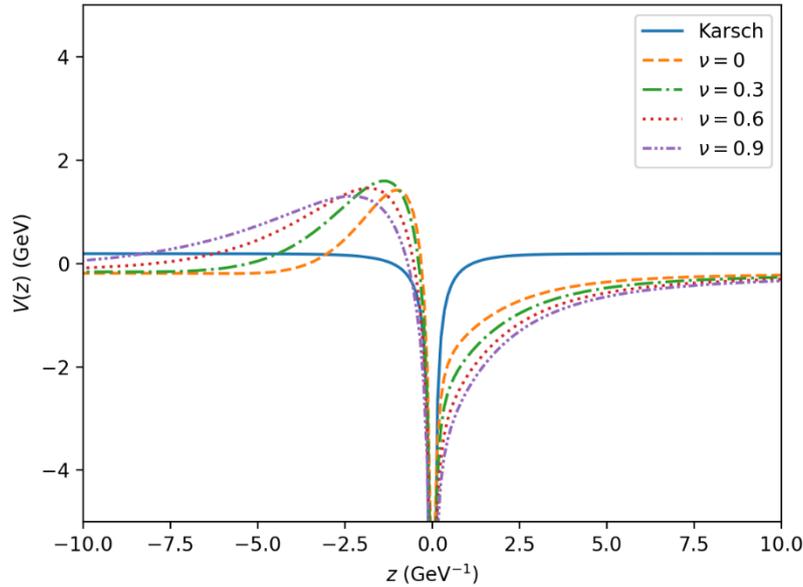


Рисунок 2. Данный график показывает поведение потенциала при $M = 0.9$ для разных значений частот столкновений

Этого следовало ожидать, потому что частота столкновений является свободным параметром для диэлектрической функции столкновительной кварк-глюонной плазмы. Данный параметр показывает величину затухания коллективных эффектов в среде из-за столкновения с другими частицами. Однако новым результатом поставленной задачи являются измененные потенциалы, полученные из-за учета скорости источника. Данный эффект хорошо виден из рисунков потенциалов в трехмерных графиках, а также в разрезе, нарисованном относительно оси движения в рис. 3 и 4.

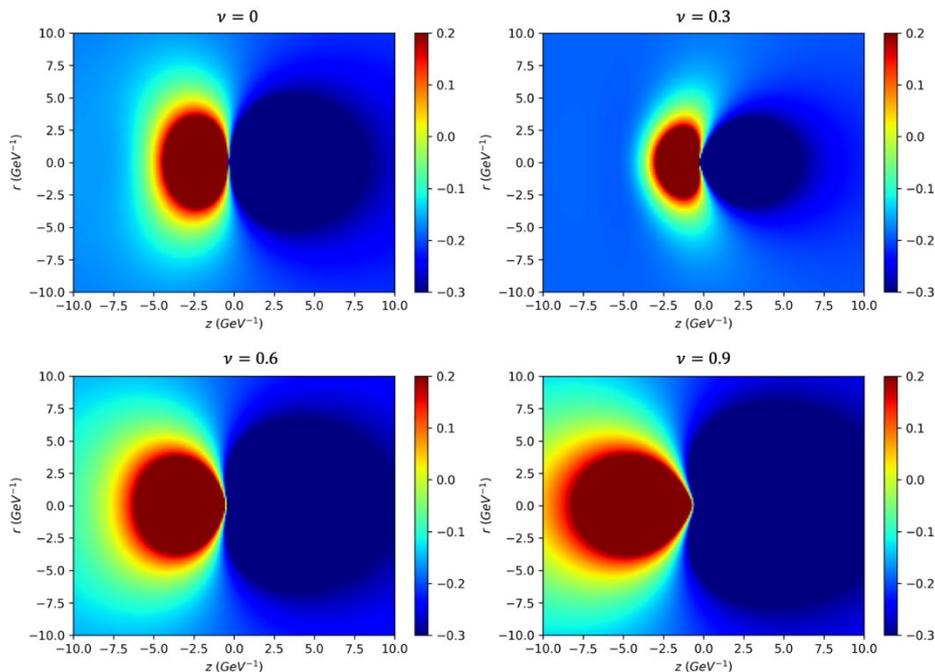


Рисунок 3. Данный график показывает поведение потенциала при $M = 0.55$ для разных значений частот столкновений

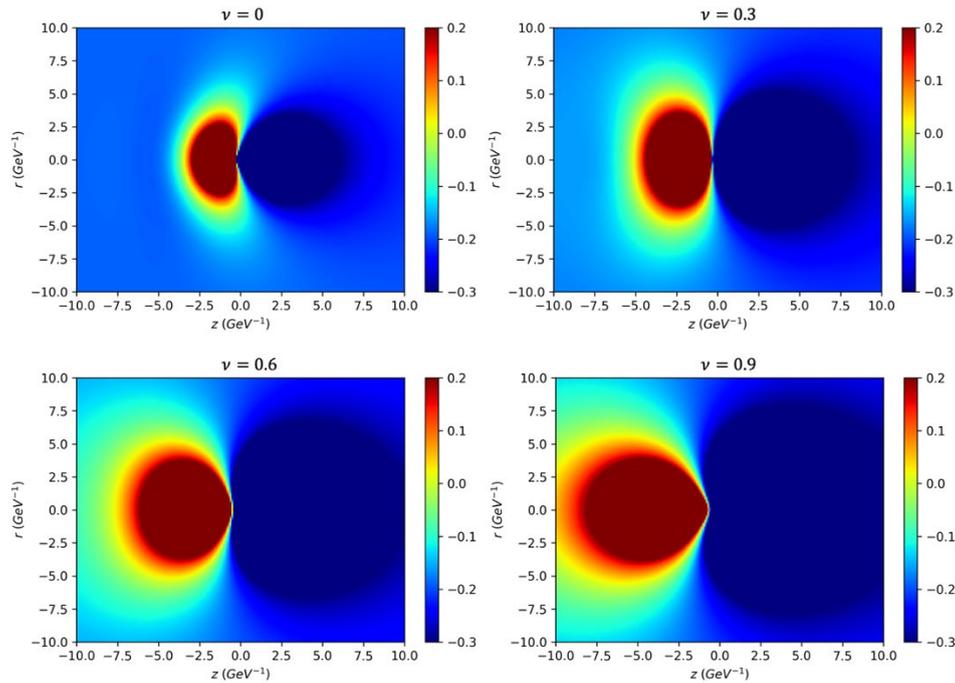


Рисунок 4. Данный график показывает поведение потенциала при $M = 0.9$ для разных значений частот столкновений

Выводы

Данная статья исследует различные потенциалы для описания системы свободных кварков и глюонов. Для изучения потенциала взаимодействия частиц КГП авторы использовали аналогию с классической системой заряженных частиц. Далее модифицируя известный потенциал Кулона, благодаря учету экранирования в динамическом пределе, они получили модифицированный потенциал. А также для более точного описания природы кварков, феноменологически был учтен потенциал, отвечающий за конфайнмент кварков.

По итогам данной статьи были получены графики для значений скорости источника и частот столкновений. Из графиков видно влияние данных параметров на потенциал взаимодействия КГП, и при дальнейшем изучении данной системы они повлияют на другие результаты вычислений.

Благодарность

Работа была выполнена в рамках Гранта AP05134366-OT-20 Министерства образования и науки Республики Казахстан.

Список литературы

1. Bartke J. Introduction to Relativistic Heavy Ion Physics. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2009. – 240 p.
2. Harrison M., Peggs S., Roser T. The RHIC Accelerator // Annu. Rev. Nucl. Part. S. – 2002. – Vol. 52. – P. 425-469.
3. Rafelski J. (ed.). Melting Hadrons, Boiling Quarks – From Hagedorn Temperature to Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions at CERN. – Springer International Publishing, 2016. – 457 p.
4. Yi Li Y. Study of Quark Gluon Plasma by Particle Correlations in Heavy Ion Collisions. – Springer Nature, 2016. – 99 p.
5. Planeta R. NA61/SHINE, Recent Result from the Strong Interaction Program of the NA61/SHINE

- Experiment and Physics Plans Beyond 2020 // JPS Conf. Proc. – 2020. – Vol. 32. – №010080. – P. 1-6.
6. Hagedorn R. Statistical thermodynamics of strong interactions at high energies // Supplemento al Nuovo Cimento. – 1965. – P. 147-186.
 7. Sharma S. Recent theoretical developments on QCD matter at finite temperature and density // International Journal of Modern Physics E. – 2021. – Vol. 30. – №07. –P. 1-9.
 8. Kisslinger L.S., Das D. Review of QCD, Quark-Gluon Plasma, Heavy Quark Hybrids, and Heavy Quark State production in p-p and A-A collisions // Int. J. Mod. Phys. A. – 2016. – Vol 31. – №07-1630010. – P. 1-45.
 9. Pasechnik R., Šumbera M. Phenomenological Review on Quark–Gluon Plasma: Concepts vs. Observations // Universe. – 2017. – Vol. 3(1). – №7. – P. 1-61.
 10. Satz H. // Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons // Proceedings of an International Symposium Held at the University of Bielefeld, F.R.G. – 1980. – 479 p.
 11. Kaczmarek O., Zantow F. Static quark-antiquark interactions in zero and finite temperature QCD: I. Heavy quark free energies, running coupling, and quarkonium binding // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 71. – №114510. – P. 1-16.
 12. Rapp R., Blaschke D., Crochet P. Charmonium and bottomonium in heavy-ion collisions // Prog. in Nucl. and Part. Phys. – 2010. – Vol. 65. – №2. – P. 209-266.
 13. Matsui T., Satz. H. J/ψ suppression by quark-gluon plasma formation // Phys. Lett. B. – 1986. – Vol. 178. – P. 416-422.
 14. Lucha W., Schöberl F.F., Gromes D. Bound states of quarks // Phys. Rep. – 1991. – Vol. 200. – №4. – P. 127-240.
 15. Karsch F., Mehr M.T., Satz H. Color screening and deconfinement for bound states of heavy quarks // Z. Phys. C. – 1988. – Vol 37. – №4. – P. 617-622.
 16. Moldabekov Zh., Ludwig P., Bonitz M., Ramazanov T. Ion potential in warm dense matter: Wake effects due to streaming degenerate electrons // Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 91. – №0231012. – P. 1-16.
 17. K. Baiseitov K., Z. A. Moldabekov Z. A., D. Blaschke D., N. Djienbekov N. , T. S. Ramazanov T.S.. Surface waves in a collisional quark-gluon plasma // Phys. Part. Nucl. lett. – 2020. – Vol. 17. – №3. – P. 803-808.
 18. Chakraborty P., Mustafa M.G., Ray R., Thoma M.H. Wakes in a collisional quark-gluon plasma // J.Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 2007. – Vol.34. – P. 2141-2152.
 19. Carrington M.E., Fugleberg T., Pickering D., Thoma M.H. Dielectric functions and dispersion relations of ultrarelativistic plasmas with collisions // Can. J. Phys. – 2004. – Vol. 82. – №9. – P. 671-678.

Е. Қуанышбайұлы^{1,2}, Қ.М. Байсеитов^{1,2}, Т.С. Рамазанов²

¹Қолданбалы ғылымдар және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан

²Эксперименттік және теориялық физика институты, әл-Фараби Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Коллизиялық кварк-глюонды плазмадағы Корнелл потенциалы

Аңдатпа. Кварк-глюон плазмасының үдеткіштердегі эксперименттік зерттеулерінде чармоний мен боттомоний маңызды рөл атқарады, өйткені олардың диссоциациялануы ыстық және өте күшті ортада фазалық ауысудың бірнеше белгілерінің бірі болып табылады. Бұл бөлшектер сәйкесінше с-кваркі және b-кваркі ароматты ауыр кварк пен антикварктың байлынысқан күйлерін білдіреді. Жақсы зерттелген зерттеу әдістерінің бірі феноменологиялық модельдер болып саналады, онда кварктар арасындағы өзара әсер Корнелл типті потенциалдармен, сондай-ақ оның модификацияларымен сипатталады. Бұл мақалада динамикалық экрандауды қолдана отырып, қоршаған ортадағы чармоний мен боттомоний қозғалысының потенциалға әсері зерттеледі. Экрандау үшін, ояту өрісінің диэлектрлік

функциясы, осы байланыстырылған күйлерге ғана тән сипаттаманың ұқсастығын ескере отырып, кәдімгі плазманың электродинамикасына ұқсастықпен қолданылады. Бұл диэлектрик функция Бхатнагар-Гросс-Крук соқтығысу операторымен Больцман теңдеуіне негізделген соқтығысу КПП-дан алынған. Нәтижесінде, теңдеу ортаны бөлшектер арасындағы жұп соқтығысуы бар сиретілген газ ретінде сипатталады. Берілген ортадағы кварктар арасындағы эффективті потенциалдар хаотикалық фазалық әдіспен құрылған. Потенциалдар ортадағы байланыстырылған күйлердің салыстырмалы қозғалысы мен қарсы соққан бөлшектердің соқтығысу жиілігіне тәуелді алынды. Бөлшектер қозғалысы бағытында потенциалдың сипаттамалық өзгерістері осы параметрлердің шамасына байланысты графикалық түрде көрсетілген.

Түйін сөздер: кварк-глюон плазмасы, кварконий, эффективті потенциал, динамиклық экрандау, диэлектрик функция, коллизиялық КПП.

Ү. Kuanyshbaiuly^{1,2}, К. Baiseitov^{1,2}, Т. Ramazanov²

¹*Institute of Applied Sciences and IT, Almaty, Kazakhstan*

²*Institute for Experimental and Theoretical Physics, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

Cornell potential in collisional quark-gluon plasma

Abstract. In experimental studies of quark-gluon plasma at accelerators, charmonium and bottomonium play an important role, since their onset of dissociation is one of the few signs of a phase transition in a hot and superdense medium. These particles represent the bound states of the heavy quark and antiquark of charm and bottom flavour, respectively. One of the well-studied research methods is considered to be phenomenological models, where the interaction between quarks is described by the Cornell-type potentials, as well as its modifications. This article examines the influence of the movement of charmonium and bottomonium in an environment on the potential, using dynamic screening. For screening, the dielectric function of the wake field has been used by analogy with the electrodynamics of an ordinary plasma, in view of the similarity of description, which is characteristic only for these bound states. This dielectric function has been obtained from a collisional plasma based on the Boltzmann equation with the Bhatnagar-Gross-Krook collision operator. As a consequence, the equation describes the medium as rarefied gas with pair collisions between particles. Effective potentials between quarks in a given medium are constructed using the method of random-phase approximation. Potentials were obtained as a function of the relative motion of bound states in the medium and the collision frequency of counterpropagating particles. The characteristic changes in the potential in the direction of particle motion are graphically shown, depending on the magnitude of these parameters.

Keywords: quark-gluon plasma, quarkonium, effective potential, dynamical screening, dielectric function, collisional QGP.

References

1. Bartke J. Introduction to Relativistic Heavy Ion Physics (Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2009, 240 p.)
2. Harrison M., Peggs S., Roser T. The RHIC Accelerator, *Annu. Rev. Nucl. Part. S.*, 52, 425-469(2002)
3. Rafelski J. (ed.). Melting Hadrons, Boiling Quarks – From Hagedorn Temperature to Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions at CERN (New York, Springer International Publishing, 2016, 457 p.)
4. Yi Li Y. Study of Quark Gluon Plasma by Particle Correlations in Heavy Ion Collisions (New York, Springer Nature, 2016, 99 p.)
5. Planeta R. NA61/SHINE, Recent Result from the Strong Interaction Program of the NA61/SHINE Experiment and Physics Plans Beyond 2020, *JPS Conf. Proc.*, 32(010080), 1-6(2020)

6. Hagedorn R. Statistical thermodynamics of strong interactions at high energies, *Supplemento al Nuovo Cimento*, 147-186(1965).
7. Sharma S. Recent theoretical developments on QCD matter at finite temperature and density, *International Journal of Modern Physics E.*, 30(07), 1-9(2021)
8. Kisslinger L.S., Das D. Review of QCD, Quark-Gluon Plasma, Heavy Quark Hybrids, and Heavy Quark State production in p-p and A-A collisions, *Int. J. Mod. Phys. A.*, 31(07-1630010), 1-45(2016)
9. Pasechnik R., Šumbera M. Phenomenological Review on Quark-Gluon Plasma: Concepts vs. Observations, *Universe*, 3(1-7), 1-61(2017)
10. Satz H. Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons, *Proceedings of an International Symposium Held at the University of Bielefeld. Bielefeld, Germany, 1980*, 479 p.
11. Kaczmarek O., Zantow F. Static quark-antiquark interactions in zero and finite temperature QCD: I. Heavy quark free energies, running coupling, and quarkonium binding, *Phys. Rev. D.*, 71(114510), 1-16(2005)
12. Rapp R., Blaschke D., Crochet P. Charmonium and bottomonium in heavy-ion collisions, *Prog. in Nucl. and Part. Phys.*, 65(2), 209-266(2010)
13. Matsui T., Satz. H. J/ψ suppression by quark-gluon plasma formation, *Phys. Lett. B.*, 178, 416-422(1986)
14. Lucha W., Schöberl F.F., Gromes D. Bound states of quarks, *Phys. Rep.*, 200(4), P. 127-240(1991)
15. Karsch F., Mehr M.T., Satz H. Color screening and deconfinement for bound states of heavy quarks, *Z. Phys. C.*, 37(4), 617-622(1988)
16. Moldabekov Zh., Ludwig P., Bonitz M., Ramazanov T. Ion potential in warm dense matter: Wake effects due to streaming degenerate electrons, *Phys. Rev. E.*, Vol. 91(0231012), 1-16(2015)
17. K. Baiseitov, Z. A. Moldabekov, D. Blaschke, N. Djienbekov, T. S. Ramazanov. Surface waves in a collisional quark-gluon plasma, *Phys. Part. Nucl. Lett.*, 17(3), 803-808(2020)
18. Chakraborty P., Mustafa M.G., Ray R., Thoma M.H. Wakes in a collisional quark-gluon plasma, *J.Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 34, 2141-2152(2007)
19. Carrington M.E., Fugleberg T., Pickering D., Thoma M.H. Dielectric functions and dispersion relations of ultrarelativistic plasmas with collisions, *Can. J. Phys.*, 82(9), 671-678(2004)

Сведения об авторах:

Е. Куанышбайұлы – PhD студент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, проспект аль-Фараби, 71, Алматы, Казахстан.

Қ.М. Байсеитов – PhD студент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, проспект аль-Фараби, 71, Алматы, Казахстан.

Т.С. Рамазанов – доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, проспект аль-Фараби, 71, Алматы, Казахстан.

Ү. Куанышбайұлы – PhD student, al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi ave., Almaty, Kazakhstan.

К. Baiseitov – PhD student, al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi ave., Almaty, Kazakhstan.

T. Ramazanov – Prof., Doctor of Phys. -Math. Sciences, al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi ave., Almaty, Kazakhstan.