

ISSN (Print) 2616-6836
ISSN (Online) 2663-1296

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№4(125)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018
Astana, 2018

Бас редакторы
ф.-м.ғ. докторы
А.Қ. Арынгазин (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

А.Т. Ақылбеков, ф.-м.ғ.д., профессор
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Алдонгаров А.А.	PhD (Қазақстан)
Балапанов М.Х.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Бахтизин Р.З.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Гиниятова Ш.Г.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Даулетбекова А.Қ.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Ержанов Қ.К.	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
Жұмаділов Қ.Ш.	PhD (Қазақстан)
Здоровец М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Қадыржанов Қ.К.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Кайнарбай А.Ж.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Кутербеков Қ.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Лушик А.Ч.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Мырзақұлов Р.Қ.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Нұрахметов Т.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Сауытбеков С.С.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Тлеукенов С.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Қазақстан)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 349 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.
Тел.: +7(7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен
тіркелген. 27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1, 349 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. Тел.: +7(7172)709-500 (ішкі 31-428)

Editor-in-Chief
Doctor of Phys.-Math. Sciences
A.K. Aryngazin (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

A.T. Akilbekov, Doctor of Phys.-Math. Sciences,
Prof. (Kazakhstan)

Editorial board

Aldongarov A.A.	PhD (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Giniyatova Sh.G.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kadyrzhhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD (Kazakhstan)

Editorial address: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev str., of. 349, Astana,
Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Responsible secretary, computer layout: A.Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.
PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel.:+7(7172) 709-500 (ext. 31-428)

Главный редактор
доктор ф.-м.н.
А.К. Арынгазин (Казахстан)

Зам. главного редактора

А.Т. Акилбеков, доктор ф.-м.н.
профессор (Казахстан)

Редакционная коллегия

Алдонгаров А.А.	PhD (Казахстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Гиниятова Ш.Г.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Даулетбекова А.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Ержанов К.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	доктор PhD (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Кадыржанов К.К.	ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Кутербеков К.А.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.н., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Сауытбеков С.С.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Тлеукенов С.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Казахстан)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 349 Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка: А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 20 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева. тел.: +7(7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№4(125)/2018

МАЗМҰНЫ

<i>Оралбеков Н.Б., Усеинов А.Б., А.Т. Ақылбеков, А.К.Даулетбекова, М.В.Здоровец, Н.С.Ыбыраев, А.Б.Дукенов</i> ZnO (100) беттеріндегі CO ₂ адсорбциясының ашық емес есептеулері	8
<i>Мендибаев К.О., Джансейитов Д.М., Кутербеков К.А., Жолдыбаев Т.К., Исатаев Т.Г., Азнабаев Д.Т., Валиолда Д.С., Кабышев А.М., Лукьянов С.М., Пеннионжскевич Ю.Э., Уразбеков Б.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер аясында ³ He иондарының ⁹ Be ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу	16
<i>Каргин Д.Б., Конюхов Ю.В., Нгуен Ван Минь, Мухамбетов Д.Г., Козловский А.Л., Касымханов Ж.С., Бисикен А.Б.</i> Металлургиялық өндірістің қосалқы өнімдерін қайта өңдеудің экономикалық негіздемесі	25
<i>Бактиярқызы Ж., Шаихова Г.С.</i> Локальды емес комплексті модификацияланған Кортвег-де Фриз теңдеу жүйесінің нақты шешімдері	34
<i>Нугманова Г.Н.</i> Келісімді потенциалдары бар (1+1) өлшемдегі интегралданатын спиндік жүйелер	40
<i>Саттинова З.К., Рамазанова Г.И., Асылбеков Б.К., Ордабек А.К.</i> Құю процесіндегі бериллий керамикасының құрылымын эксперименттік және теориялық нәтижелерді салыстыра отырып зерттеу	50
<i>Жадыранова А.А., Мырзақұл Ж.Р., Ануарбекова Ы.Е.</i> $n = 3$ және $N = 2$ жағдайлары үшін $V_0 \neq 0$ болғандағы WDVV ассоциативтілік теңдеуінің иерархиясы	60

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.
ASTRONOMY SERIES

№3(124)/2018

CONTENTS

<i>Oralbekov N.B, Usseinov A.B, Akilbekov A.T, Dauletbekova A.K, Zdorovets M.V, Ybyraev N.S, Dukenov A.B.</i> Nonempirical calculations of CO ₂ adsorption on (100) ZnO surfaces	8
<i>Mendibayev K.O, Janseitov D.M, Kuterbekov K.A, Zholdybayev T.K, Issatayev T.G, Aznabayev D.T, Valiolda D.S, Kabyshev A.M, Lukyanov S.M, Penionzhkevich Yu.E, Urazbekov B.</i> Investigation of the elastic scattering of ³ He from ⁹ Be in within the framework the optical and folding models	16
<i>Kargin D.B, Konyukhov Y.V, Nguyen Van Min, Mukhambetov D.G, Kozlovskiy A.L, Kassymkhanov Z.S</i> Economic feasibility of by-products processing of metallurgical production	25
<i>Bachtiyarkyzy Zh, Shaikhova G.S, Shaikhova G.N.</i> Exact solutions of the nonlocal complex modified Korteweg-de Vries system of equations	34
<i>Nugmanova G.N.</i> Integrable spin systems with self-consistent potentials in (1+1) dimensions	40
<i>Sattinova Z.K, Ramazanova G.I, Assilbekov B.K, Ordabek A.K.</i> Comparative analysis of experimental and theoretical data when investigating of the structure of beryllium ceramics in the channel of installation casting	50
<i>Zhadyranova A.A, Myrzakul Zh.R, Anuarbekova Y.Ye.</i> Hierarchy of WDVV associativity equations for $n = 3$ case and $N = 2$ when $V_0 \neq 0$	60

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

№4(125)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Оралбеков Н.Б, Усеинов А.Б, Акылбеков А.Т, Даулетбекова А.К, Здоровец М .В, Ыбыраев Н.С, Дукенов А.Б.</i> Неэмпирические расчеты адсорбции CO ₂ на (100) поверхности ZnO	8
<i>Мендибаев К.О, Джансейтов Д.М, Кутербекоев К.А, Жолдыбаев Т.К, Исатаев Т.Г, Азнабаев Д .Т, Валиолда Д.С, Кабышев А.М , Лукъянов С.М, Пензионжскевич Ю.Э , Уразбеков Б.</i> Исследование упругого рассеяния ³ He на ядрах ⁹ Be в рамках оптической и фолдинг - модели	16
<i>Каргин Д.Б, Конюхов Ю.В, Нгуен Ван Минь, Мухамбетов Д.Г, Козловский А.Л , Касымханов Ж.С, Бисикен А.Б.</i> Экономическая целесообразность переработки побочных продуктов металлургического производства	25
<i>Бактиярқызы Ж, Шаихова Г.С, Шайхова Г.Н.</i> Точные решения нелокальной комплексной модифицированной системы уравнений Кортевег-де Фриза	34
<i>Нугманова Г.Н.</i> Интегрируемые спиновые системы с самосогласованными потенциалами в (1+1) измерениях	40
<i>Саттинова З.К, Рамазанова Г.И, Асилбеков Б.К, Ордабек А.К.</i> Сравнительный анализ экспериментальных и теоретических данных при исследовании структуры бериллиевой керамики в канале установки литья	50
<i>Жадыранова А.А, Мырзакул Ж.Р, Ануарбекова Ы.Е.</i> Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая $n = 3$ и $N = 2$ при $V_0 \neq 0$	60

A.A. Zhadyranova¹, Zh.R. Myrzakul², Y.Ye. Anuarbekova³

¹³ Department of General & Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

² Department of Mathematics, Nazarbayev University, Astana, Kazakhstan
(E-mail: ¹ a.a.zhadyranova@gmail.com, ² zhanbota.myrzakul@gmail.com,
³ anuarbekova94@bk.ru)

Hierarchy of WDVV associativity equations for $n = 3$ case and $N = 2$ when $V_0 \neq 0$

Abstract: We investigate solutions of Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) equations. The article discusses nonlinear equations of the third order for a function $f = f(x, t)$ of two independent variables x, t . The solution of some cases of hierarchy equations of associativity illustrated. Lax pairs for the system of three equations, that contains the equation of associativity are written to find the hierarchy of associativity equation. Using the compatibility condition are found the relations between the matrices U, V_2, V_1, V_0 . The elements of matrix V_2 are found with the expression of z_{ij} and independent and dependent variables for the matrix V_2 . Also solving elements of matrix V_1 expressed through y_{ij} and independent and dependent variables for the matrix V_1 . The elements of matrix V_0 are found with the expression of r_{ij} and independent and dependent variables for the matrix V_0 too. Expressed are variables a_t, b_t, c_t of three equations are written with the help of matrix elements z_{ij}, y_{ij} .

Keywords: equations of Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde, the equations of associativity, nonlinear equations of the third order, antidiagonal metric, the Lax pair, the compatibility condition, independent elements, dependent variables, system with equations.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2018-125-4-60-66>

Introduction. The WDVV equations, in general, have the following form [1]:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial t^i \partial t^j \partial t^p} \eta^{pq} \frac{\partial^3 F}{\partial t^q \partial t^k \partial t^r} = \frac{\partial^3 F}{\partial t^j \partial t^k \partial t^p} \eta^{pq} \frac{\partial^3 F}{\partial t^i \partial t^q \partial t^r}, \quad \forall i, j, k, r \in \{1, \dots, n\},$$

where F is a prepotential, η is a metric. The coordinates t^i can be linearly rearranged so that the metric, η , is antidiagonal, i.e.

$$\eta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

In this work we consider the WDVV equation for $n = 3$ case with an antidiagonal metric η . In this case, two types of dependence of the function F on the fixed variable t^1 were found by Dubrovin [3] which are

$$F = \frac{1}{2}(t^1)^2 t^3 + \frac{1}{2} t^1 (t^2)^2 + f(t^2, t^3) \quad (1)$$

and

$$F = \frac{1}{6}(t^1)^3 + t^1 t^2 t^3 + f(t^2, t^3).$$

For these cases the equations of associativity reduce to the following two nonlinear equations of the third order for a function $f = f(x, t)$ of two independent variables ($x = t^2, t = t^3$):

$$f_{ttt} = f_{xxt}^2 - f_{xxx} f_{xtt}$$

and

$$f_{xxx} f_{ttt} - f_{xxt} f_{xtt} = 1,$$

correspondingly. In this work, we consider the solution (1). Let us introduce new variables a, b, c as follows [2]:

$$a = f_{xxx}, \quad b = f_{xxt}, \quad c = f_{xtt}.$$

In the above variables the equation (1) can be rewritten as a system of three equations as follows:

$$a_t = b_x, \quad (2)$$

$$b_t = c_x, \quad (3)$$

$$c_t = (b^2 - ac)_x. \quad (4)$$

The Lax pair for the system (2)-(4) is given by [3]

$$\Psi_x = \lambda U \Psi, \quad (5)$$

$$\Psi_t = \lambda V \Psi, \quad (6)$$

where U is given by

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b & a & 1 \\ c & b & 0 \end{pmatrix}$$

and V is given by

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ c & b & 0 \\ (b^2 - ac) & c & 0 \end{pmatrix}.$$

The compatibility condition for the system (5), (6) is given by

$$U_t = V_x,$$

$$[U, V] = 0.$$

In the following sections we work with the system (2)-(4).

1. Consideration of some cases of hierarchy of WDVV associativity equations

1.1 Case for $N = 1$

The Lax pair for the system (2)-(4) is given by (5), (6). Where U is given by

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b & a & 1 \\ c & b & 0 \end{pmatrix}$$

and V is given by

$$V = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{pmatrix}.$$

The compatibility condition for the system (5), (6) is given by

$$U_t = V_x,$$

$$[U, V] = 0.$$

Writing a new system with equations for a_t, b_t, c_t yields

$$a_t = y_{22x},$$

$$b_t = y_{21x},$$

$$b_t = y_{32x},$$

$$c_t = y_{31x}.$$

Thus the matrix V has the form

$$V = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ by_{12} + cy_{13} & y_{11} + ay_{12} + by_{13} & y_{12} \\ cy_{12} + (b^2 - ac)y_{13} & by_{12} + cy_{13} & y_{11} \end{pmatrix}.$$

The way we obtain the system is

$$trU_t = a_t = trV_x = a_x y_{12} + b_x y_{13}$$

from which we obtain that

$$y_{12} = 0, \quad y_{13} = 1.$$

1.2 Case for $N = 2$ when $V_0 \neq 0$

The solution to a hierarchy for $N = 1$ case corresponds to the system of equations (2), (3), (4).

In this section we consider a hierarchy for $N = 2$ case. Consider the Lax pair

$$\begin{aligned} \Psi_x &= \lambda U \Psi, \\ \Psi_t &= \sum_{j=0}^N \lambda^j V_j \Psi. \end{aligned}$$

In particular, for $N = 2$ case we have

$$\begin{aligned} \Psi_x &= \lambda U \Psi, \\ \Psi_t &= (\lambda^2 V_2 + \lambda V_1 + V_0) \Psi = V \Psi \end{aligned}$$

where

$$V = \lambda^2 V_2 + \lambda V_1 + V_0.$$

The compatibility condition of (5), (6) is given by

$$(\lambda U_t + \lambda UV) \Psi = (V_x + \lambda VU) \Psi.$$

The last equation can be written as

$$\lambda U_t - V_x + \lambda[U, V] = 0. \tag{7}$$

Collecting terms in (7) by the powers of λ we obtain

$$\lambda^3 : [U, V_2] = 0, \tag{8}$$

$$\lambda^2 : -V_{2x} + [U, V_1] = 0, \tag{9}$$

$$\lambda^1 : U_t - V_{1x} + [U, V_0] = 0, \tag{10}$$

$$\lambda^0 : -V_{0x} = 0. \tag{11}$$

Now let us find the matrices V_2, V_1, V_0 . Denote them as follows:

$$V_2 = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{pmatrix}, \tag{13}$$

and

$$V_0 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}, \tag{14}$$

where $r_{ij} = \text{const}$. Plugging (12) into (8), writing elementwise yeilds the following system:

$$\begin{aligned} 11 : & z_{21} = bz_{12} + cz_{13}, \\ 12 : & z_{22} = z_{11} + az_{12} + bz_{13}, \\ 13 : & z_{23} = z_{12}, \\ 21 : & bz_{11} + az_{21} + z_{31} - bz_{22} - cz_{23} = 0, \\ 22 : & bz_{12} + z_{32} - z_{21} - bz_{23} = 0, \\ 23 : & bz_{13} + az_{23} + z_{33} - z_{22} = 0, \\ 31 : & cz_{11} + bz_{21} - bz_{32} - cz_{33} = 0, \\ 32 : & cz_{12} + bz_{22} - z_{31} - az_{32} - bz_{33} = 0, \\ 33 : & cz_{13} + bz_{23} - z_{32} = 0. \end{aligned}$$

From elements 13, 22, 31 we obtain the following relations:

$$\begin{aligned} z_{23} &= z_{12}, \\ z_{32} &= z_{21}, \\ z_{33} &= z_{11}. \end{aligned}$$

Moreover, using the last three equalities we have that the elements 23 and 12, 32 and 21, 33 and 11 are equal. Hence, we are left with the equations

$$\begin{aligned} z_{21} &= bz_{12} + cz_{13}, \\ z_{22} &= z_{11} + az_{12} + bz_{13}, \\ z_{31} &= cz_{12} + (b^2 - ac)z_{13}. \end{aligned}$$

Thus the matrix V_2 has the form

$$V_2 = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ bz_{12} + cz_{13} & z_{11} + az_{12} + bz_{13} & z_{12} \\ cz_{12} + (b^2 - ac)z_{13} & bz_{12} + cz_{13} & z_{11} \end{pmatrix}.$$

Hence, only z_{11}, z_{12}, z_{13} are independent elements of V_2 , and the other elements can be written in terms of them. Now let us find the elements of V_1 in (13). To do so we use the equation (9). First we evaluate $[U, V_1]$. We have

$$\begin{aligned} [U, V_1] &= \begin{pmatrix} y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ by_{11} + ay_{21} + y_{31} & by_{12} + ay_{22} + y_{32} & by_{13} + ay_{23} + y_{33} \\ cy_{11} + by_{21} & cy_{12} + by_{22} & cy_{13} + by_{23} \end{pmatrix} \\ &\quad - \begin{pmatrix} by_{12} + cy_{13} & y_{11} + ay_{12} + by_{13} & y_{12} \\ by_{22} + cy_{23} & y_{21} + ay_{22} + by_{23} & y_{22} \\ by_{32} + cy_{33} & y_{31} + ay_{32} + by_{33} & y_{32} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

Using (15) in (9) gives

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} z_{11x} & z_{12x} & z_{13x} \\ z_{21x} & z_{22x} & z_{23x} \\ z_{31x} & z_{32x} & z_{33x} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ by_{11} + ay_{21} + y_{31} & by_{12} + ay_{22} + y_{32} & by_{13} + ay_{23} + y_{33} \\ cy_{11} + by_{21} & cy_{12} + by_{22} & cy_{13} + by_{23} \end{pmatrix} \\ &\quad - \begin{pmatrix} by_{12} + cy_{13} & y_{11} + ay_{12} + by_{13} & y_{12} \\ by_{22} + cy_{23} & y_{21} + ay_{22} + by_{23} & y_{22} \\ by_{32} + cy_{33} & y_{31} + ay_{32} + by_{33} & y_{32} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

Writing (16) elementwise yields the following system:

$$\begin{aligned} 11: & z_{11x} = y_{21} - by_{12} - cy_{13}, \\ 12: & z_{12x} = y_{22} - y_{11} - ay_{12} - by_{13}, \\ 13: & z_{13x} = y_{23} - y_{12}, \\ 21: & z_{21x} = by_{11} + ay_{21} + y_{31} - by_{22} - cy_{23}, \\ 22: & z_{22x} = by_{12} + y_{32} - y_{21} - by_{23}, \\ 23: & z_{23x} = by_{13} + ay_{23} + y_{33} - y_{22}, \\ 31: & z_{31x} = cy_{11} + by_{21} - by_{32} - cy_{33}, \\ 32: & z_{32x} = cy_{12} + by_{22} - y_{31} - ay_{32} - by_{33}, \\ 33: & z_{33x} = cy_{13} + by_{23} - y_{32}. \end{aligned}$$

Hence, dependent elements of V_1 are given by:

$$\begin{aligned} y_{21} &= z_{11x} + by_{12} + cy_{13}, \\ y_{22} &= z_{12x} + y_{11} + ay_{12} + by_{13}, \\ y_{23} &= z_{13x} + y_{12}, \\ y_{31} &= b_x z_{12} + 2bz_{12x} + c_x z_{13} + 2cz_{13x} - az_{11x} + cy_{12} + (b^2 - ac)y_{13}, \\ y_{32} &= 2z_{11x} + a_x z_{12} + az_{12x} + b_x z_{13} + 2bz_{13x} + by_{12} + cy_{13}, \\ y_{33} &= 2z_{12x} - az_{13x} + y_{11}. \end{aligned}$$

Now let us find the elements of V_0 in (14). To do so we use the equation (10). First we evaluate $[U, V_0]$. We have

$$[U, V_0] = \begin{pmatrix} r_{21} - br_{12} - cr_{13} & r_{22} - r_{11} - ar_{12} - br_{13} & r_{23} - r_{12} \\ br_{11} + ar_{21} + r_{31} - br_{22} - cr_{23} & br_{12} + r_{32} - r_{21} - br_{23} & br_{13} + ar_{23} + r_{33} - r_{22} \\ cr_{11} + br_{21} - br_{32} - cr_{33} & cr_{12} + br_{22} - r_{31} - ar_{32} - br_{33} & cr_{13} + br_{23} - r_{32} \end{pmatrix}.$$

Expressing necessary terms in the above system we obtain the following system

$$\begin{aligned} 11 : & r_{21} = y_{11x} + br_{12} + cr_{13}, \\ 12 : & r_{22} = y_{12x} + r_{11} + ar_{12} + br_{13}, \\ 13 : & r_{23} = y_{13x} + r_{12}, \\ 21 : & b_t = y_{21x} - br_{11} - ar_{21} - r_{31} + br_{22} + cr_{23}, \\ 22 : & a_t = y_{22x} - br_{12} - r_{32} + r_{21} + br_{23}, \\ 23 : & r_{33} = y_{23x} - br_{13} - ar_{23} + r_{22}, \\ 31 : & c_t = y_{31x} - cr_{11} - br_{21} + br_{32} + cr_{33} \\ 32 : & b_t = y_{32x} - cr_{12} - br_{22} + r_{31} + ar_{32} + br_{33}, \\ 33 : & r_{32} = -y_{33x} + cr_{13} + br_{23}. \end{aligned}$$

Hence, dependent elements of V_0 are given by:

$$\begin{aligned} r_{21} &= y_{11x} + br_{12} + cr_{13}, \\ r_{22} &= y_{12x} + r_{11} + ar_{12} + br_{13}, \\ r_{23} &= y_{13x} + r_{12}, \\ r_{31} &= b_t - 2z_{11xx} - a_{xx}z_{12} - 2a_x z_{12x} + az_{12xx} - b_{xx}z_{13} - (aa_x + 3b_x)z_{13x} - (3b + a^2)z_{13xx} - b_x y_{12} \\ &\quad - c_x y_{13} - cy_{13x} + cr_{12} + b^2 r_{13} + ay_{11x} - acr_{13} - 2by_{12x}, \\ r_{32} &= -2z_{12xx} + a_x z_{13x} + az_{13xx} - y_{11x} + cr_{13} + by_{13x} + br_{12}, \\ r_{33} &= z_{13xx} + 2y_{12x} - ay_{13x} + r_{11}. \end{aligned}$$

Now let us express a_t in the element 22, b_t in the element 21, c_t in the element 31 by plugging in all known expressions of dependent variables:

$$a_t = 3z_{12xx} + 3y_{11x} + a_x y_{12} + ay_{12x} - a_x z_{13x} - az_{13xx} + b_x y_{13} + by_{13x},$$

$$b_t = \frac{1}{2} \left[3z_{11xx} - az_{12xx} + (3b + a^2)z_{13xx} + 2a_x z_{12x} + (3b_x + aa_x)z_{13x} + \right. \\ \left. a_{xx}z_{12} - 2ay_{11x} + 4by_{12x} + 3cy_{13x} + 2b_x y_{12} + 2c_x y_{13} + b_{xx}z_{13} \right],$$

$$c_t = 3b_x z_{12x} + (3c + ab)z_{13xx} + 3cy_{12x} + c_x y_{12} - az_{11xx} + b_{xx}z_{12} + c_{xx}z_{13} + \\ (3c_x + ba_x)z_{13x} - 2by_{11x} + (b^2 - ac)_x y_{13} + 2(b^2 - ac)y_{13x} - a_x z_{11x}.$$

Also, the independent variables z_{11}, z_{12}, z_{13} of the matrix V_2 have to satisfy the following system

of equations:

$$\begin{aligned} bz_{11x} + (c_x + ba_x)z_{12} + (3c + ab)z_{12x} + [(b^2 - ac)_x + bb_x]z_{13} + (3b^2 - 2ac)z_{13x} &= 0, \\ az_{11x} + (2b_x + aa_x)z_{12} + (4b + a^2)z_{12x} + (2c_x + ab_x)z_{13} + (3c + ab)z_{13x} &= 0, \\ 3z_{11x} + a_xz_{12} + az_{12x} + b_xz_{13} + bz_{13x} &= 0. \end{aligned}$$

Conclusion

So, we considered of some cases of hierarchy of WDVV associativity equations. Thus, we obtained the elements of the matrices V_2, V_1, V_0 for case $N = 2$ when $V_0 \neq 0$. It was found, that only z_{11}, z_{12}, z_{13} are independent elements of V_2 , and the other elements can be written in terms of them. It is found, that y_{11}, y_{12}, y_{13} are independent elements of V_1 , and the other elements can be written in terms of them and z_{11}, z_{12}, z_{13} . It is also found, that r_{11}, r_{12}, r_{13} are independent elements of V_0 , and the other elements can be written in terms of them and $y_{11}, y_{12}, y_{13}, z_{11}, z_{12}, z_{13}$. Expressed are variables a_t, b_t, c_t of three equations are written with the help of matrix elements z_{ij}, y_{ij} .

Acknowledgments

We express gratitude to Professor R. Myrzakulov for useful discussions and advices. The work is performed under the financial support of the scientific and technical program BR05236277 "Investigation of some problems of astrophysics and cosmology in the framework of the Einstein and non-Einstein theories of gravity", 2018.

Список литературы

- 1 Дубровин Б.А. Геометрия двумерных топологических теорий поля // Конспект лекций по математике. - 1996. - №1620. - С. 120-348. - URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9407018>. (дата обращения: 15.09.2018).
- 2 Мохов О.И. Симплектическая и пуассонова геометрия на пространствах петель многообразий и нелинейных уравнений // Переводы Американского математического общества. - 1995. - №2170. - С. 121-152. - URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9503076>. (дата обращения: 10.05.2018).
- 3 Мохов О.И., Ферапонтов Е.В. Уравнения ассоциативности в двумерной топологической теории поля как интегрируемые гамильтоновы недиагонализированные системы гидродинамического типа // Функциональный анализ и его приложения. - 1995. - №30. - URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9505180>. (дата обращения: 10.09.2018).

А.А. Жадыранова¹, Ж.Р. Мырзакул², Ы.Е. Ануарбекова³

¹³ Кафедра общей и теоретической физики Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

² Кафедра математики Назарбаевского университета, Астана, Казахстан

Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая $n = 3$ и $N = 2$ при $V_0 \neq 0$

Аннотация: В данной статье исследуются уравнения Виттена-Диджкграфа-Е.Верлинде-Г.Верлинде (ВДВВ). В работе обсуждаются нелинейные уравнения третьего порядка для функции $f = f(x, t)$ двух независимых переменных x, t . Описано решение некоторых случаев иерархии уравнений ассоциативности. Для нахождения иерархии уравнений ассоциативности были записаны пары Лакса для системы из трех уравнений, которая содержит уравнения ассоциативности. С помощью условия совместности найдены соотношения между матрицами U, V_2, V_1, V_0 . Были вычислены элементы матрицы V_2 , выраженные через z_{ij} , независимые и зависимые переменные матрицы V_2 . Также были найдены элементы матрицы V_1 , выраженные через y_{ij} , независимые и зависимые переменные матрицы V_1 . Были найдены элементы матрицы V_0 , выраженные через r_{ij} , независимые и зависимые переменные для матрицы V_0 . Выраженные переменные a_t, b_t, c_t системы из трех уравнений были записаны через матричные элементы z_{ij}, y_{ij} . **Ключевые слова:** уравнения Виттена-Диджкграфа-Е.Верлинде-Г.Верлинде, уравнения ассоциативности, нелинейные уравнения третьего порядка, антидиагональная матрица, пары Лакса, условие совместности, независимые элементы, зависимые переменные, система с уравнениями.

А.А. Жадыранова¹, Ж.Р. Мырзакул², Ы.Е. Ануарбекова³

¹³ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің жалпы және теориялық физика кафедрасы, Астана, Қазақстан

² Назарбаев университетінің математика кафедрасы, Астана, Қазақстан

$n = 3$ және $N = 2$ жағдайлары үшін $V_0 \neq 0$ болғандағы WDVV ассоциативтілік теңдеуінің иерархиясы

Аннотация Берілген мақалада Виттен-Диджкграф-Е.Верлинде-Г.Верлинде (ВДВВ) теңдеулері зерттеледі. Бұл жұмыста x, t тәуелсіз айнымалыларынан тұратын $f = f(x, t)$ функциясы үшін үшінші ретті сызықты емес теңдеулер талқыланады. Сонымен қатар ассоциативтілік теңдеулер иерархиясының бірнеше шешімдері сипатталады. Ассоциативтілік теңдеулерінің иерархиясын табу мақсатында ассоциативтілік теңдеулерінен құралған теңдеулер жүйесі

үшін Лакс жұптары жазылды. Сәйкестік шартының көмегімен U, V_2, V_1, V_0 матрицалары арасындағы қатынастар анықталды. z_{ij} арқылы өрнектелген V_2 матрицасының элементтері мен V_2 матрицасының тәуелді және тәуелсіз айнымалылары есептелінді. y_{ij} арқылы өрнектелген V_1 матрицасының элементтері мен V_1 матрицасының тәуелді және тәуелсіз айнымалылары табылды. Сонымен қатар r_{ij} арқылы өрнектелген V_0 матрицасының элементтері мен V_0 матрицасының тәуелді және тәуелсіз айнымалылары анықталды. Теңдеулер жүйесінен тұратын a_t, b_t, c_t айнымалылары z_{ij}, y_{ij} матрицалық элементтері арқылы өрнектеліп жазылды.

Түйін сөздер: Виттен-Диджкграф-Е.Верлинде-Г.Верлинде теңдеулері, ассоциативтілік теңдеуі, үшінші ретті сызықты емес теңдеулер, антидиагональ метрика, Лакс жұптары, сәйкестік шарты, тәуелсіз элементтер, тәуелді айнымалылар, теңдеулер жүйесі.

References

- 1 Dubrovin B.A. Geometry of Two-Dimensional topological field theories, Lecture Notes in Math., (1620), 120-348 (1996). Available at: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9407018>. (accessed 15.09.18)
- 2 Mokhov O.I. Symplectic and poisson geometry on loop spaces of manifolds and nonlinear equations, Translations of the American Mathematical Society, (2170), 121-152, (1995). Available at: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9503076>. (accessed 10.05.18)
- 3 Mokhov O.I., Ferapontov Y.V. Equations of Associativity in Two-Dimensional Topological Field Theory as Integrable Hamiltonian Nondiagonalizable Systems of Hydrodynamic Type, Functional analysis and its applications, (30), (1995). Available at: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9505180>. (accessed 10.09.18)

Сведения об авторах:

Жадыранова А.А. - Жалпы және теориялық физика кафедрасының докторанты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Сәтпаев көш. 2, Астана, Қазақстан.

Мырзақұл Ж.Р. - Математика департаментінің инструкторы, Назарбаев Университеті, Қабанбай батыр көш. 53, Астана, Қазақстан.

Ануарбекова Ы.Е. - Жалпы және теориялық физика кафедрасының магистранты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Сәтпаев көш. 2, Астана, Қазақстан.

Жадыранова А.А. - докторант кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева 2, Астана, Казахстан.

Мырзақұл Ж.Р. - Инструктор департамента математики, Назарбаев Университет, ул. Кабанбай батыра, 53, Астана, Казахстан.

Ануарбекова Ы.Е. - магистрант кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева 2, Астана, Казахстан.

Zhadyranova A.A. - PhD student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Myrzakul Zh.R. - Instructor of Department of Mathematics, Nazarbayev University, Kabanbay batyr str., Astana, Kazakhstan.

Anuarbekova Y.Ye. - Master student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы» журналында мақала жариялау ережесі

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақаланың жариялануын кідіртеді.

1. Журнал мақсаты. Физика мен астрономия салаларының теориялық және эксперименталды зерттелулері бойынша мұқият тексеруден өткен ғылыми құндылығы бар мақалалар жариялау.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқа) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulphysast.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады. Сонымен қатар, автор(лар) ілеспе хат ұсынуы керек.

3. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақаланың Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысында басуға келісін, шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісін білдіреді. Автор мақаланы редакцияға жіберу арқылы автор туралы мәліметтің дұрыстығына, мақала көшірілмегендігіне (плагиаттың жоқтығына) және басқа да заңсыз көшірмелердің жоқтығына кепілдеме береді.

4. Мақаланың көлемі 18 беттен аспауға тиіс (6 беттен бастап).

ГАМРК <http://grnti.ru/>

Автор(лар)дың аты-жөні

Мекеменің толық атауы, қаласы, мемлекеті (егер авторлар әртүрлі мекемеде жұмыс жасайтын болса, онда әр автор мен оның жұмыс мекемесі қасында бірдей белгі қойылу керек)

Автор(лар)дың E-mail-ы

Мақала атауы

Аннотация (100-200 сөз; күрделі формулаларсызсыз, мақаланың атауын мейлінше қайталамауы қажет; әдебиеттерге сілтемелер болмауы қажет; мақаланың құрылысын (кіріспе мақаланың мақсаты/ міндеттері /қарастырылып отырған сұрақтың тарихы /зерттеу /әдістері нәтижелер/талқылау, қорытынды) сақтай отырып, мақаланың қысқаша мазмұны берілуі қажет).

Түйін сөздер (6-8 сөз не сөз тіркесі. Түйін сөздер мақала мазмұнын көрсетіп, мейлінше мақала атауы мен аннотациядағы сөздерді қайталамай, мақала мазмұнындағы сөздерді қолдану қажет. Сонымен қатар, ақпараттық-ізвестіру жүйелерінде мақаланы жеңіл табуға мүмкіндік беретін ғылым салаларының терминдерін қолдану қажет).

Негізгі мәтін мақаланың мақсаты/ міндеттері/ қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды бөлімдерін қамтуы қажет.

5. Таблица, суреттер – Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

Мақаладағы **формулалар** тек мәтінде оларға сілтеме берілсе ғана нөмірленеді.

Жалпы қолданыста бар **аббревиатуралар** мен **қысқартулардан** басқалары міндетті түрде алғаш қолданғанда түсіндірілуі берілуі қажет. **Қаржылай көмек туралы** ақпарат бірінші бетте көрсетіледі.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға түйым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: қараңыз [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теорамандағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. Редакцияға түскен мақала жабық (анонимді) тексеруге жіберіледі. Барлық рецензиялар авторларға жіберіледі. Автор (рецензент мақаланы түзетуге ұсыныс берген жағдайда) үш күн аралығында қайта қарап, қолжазбаның түзетілген нұсқасын редакцияға қайта жіберуі керек. Рецензент жарамсыз деп таныған мақала қайтара қарастырылмайды. Мақаланың түзетілген нұсқасы мен автордың рецензентке жауабы редакцияға жіберіледі.

9. Төлемақы. Басылымға рұқсат етілген мақала авторларына төлем жасау туралы ескертіледі. Төлем көлемі 2018 жылы 4500 тенге – ЕҰУ қызметкерлері үшін және 5500 тенге басқа ұйым қызметкерлеріне.

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК Банка: КСЖВКЗКХ

ИИК: KZ978562203105747338 (KZT)

Кнп 861

Кбе 16

"Мақала үшін (автордың аты-жөні)"

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Bank RBK"

БИК Банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073 (KZT)

"Мақала үшін (автордың аты-жөні)"

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Forte"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847 (KZT)

"Мақала үшін (автордың аты-жөні)"

Provision on articles submitted to the journal "Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Purpose of the journal. Publication of carefully selected original scientific.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulphysast.enu.kz*. And you also need to provide the cover letter of the author(s).

Language of publications: Kazakh, Russian, English.

3. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language. Submitting the text of the work for publication in the journal, the author guarantees the correctness of all information about himself, the lack of plagiarism and other forms of improper borrowing in the article, the proper formulation of all borrowings of text, tables, diagrams, illustrations.

4. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages).

5. Structure of the article

GRNTI <http://grnti.ru/>

Initials and Surname of the author (s)

Full name of the organization, city, country (if the authors work in different organizations, you need to put the same icon next to the name of the author and the corresponding organization)

Author's e-mail (s)

Article title

Abstract (100-200 words, it should not contain a big formulas, the article title should not repeat in the content, it should not contain bibliographic references, it should reflect the summary of the article, preserving the structure of the article - introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results /discussion, conclusion).

Key words (6-8 words/word combination. Keywords should reflect the main content of the article, use terms from the article, as well as terms that define the subject area and include other important concepts that make it easier and more convenient to find the article using the information retrieval system).

The main text of the article should contain an introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results / discussion, conclusion. Tables, figures should be placed after the mention. Each illustration should be followed by an inscription. Figures should be clear, clean, not scanned.

Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

In the article, only those **formulas** are numbered, to which the text has references.

All **abbreviations**, with the exception of those known to be generally known, must be deciphered when first used in the text. Information on **the financial** support of the article is indicated on the first page in the form of a footnote.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "... see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикинова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. Work with electronic proofreading. Articles received by the Department of Scientific Publications (editorial office) are sent to anonymous review. All reviews of the article are sent to the author. The authors must send the proof of the article within three days. Articles that receive a negative review for a second review are not accepted. Corrected versions of articles and the author's response to the reviewer are sent to the editorial office. Articles that have positive reviews are submitted to the editorial boards of the journal for discussion and approval for publication.

Periodicity of the journal: 4 times a year.

9. Payment. Authors who have received a positive conclusion for publication should make payment on the following requisites (for ENU employees - 4,500 tenge, for outside organizations - 5,500 tenge):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК
АО "Банк ЦентрКредит"

БИК Банка: КСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338 (KZT)

Кнп 861

Кбе 16

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК
АО "Bank RBK"

БИК Банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073 (KZT)

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК
АО "Forte"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847 (KZT)

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Цель журнала. Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

Язык публикаций: казахский, русский, английский.

3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

4. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

5. Схема построения статьи

ГРНТИ <http://grnti.ru/>

Инициалы и фамилия автора(ов)

Полное наименование организации, город, страна (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

E-mail автора(ов)

Название статьи

Аннотация (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

Ключевые слова (6-8 слов/словосочетаний). Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

Основной текст статьи должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "... , см. [3; § 7, лемма 6]"; "... , см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Работа с электронной корректурой. Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней

необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

Периодичность журнала: 4 раза в год.

9.Оплата. Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК Банка: КСЖВКЗКХ

ИИК: KZ978562203105747338 (KZT)

Кнп 861

Кбе 16

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Bank RBK"

БИК Банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073 (KZT)

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Forte"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847 (KZT)

"За публикацию в Вестник ЕНУ ФИО автора"

Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев², А.Б. Утесов³

¹ *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

² *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: ¹ axaulezh@mail.ru, ² ntmath10@mail.ru, ³ adilzhan_71@mail.ru)

Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника

Аннотация: В рамках компьютерного (вычислительного) перечника полностью решена задача приближенного дифференцирования функций, принадлежащих классам Соболева по неточной информации, полученной от произвольного конечного множества тригонометрических коэффициентов Фурье-Лебега дифференцируемой функции... [100-200 слов].

Ключевые слова приближенное дифференцирование, восстановление по неточной информации, предельная погрешность, компьютерный (вычислительный) перечник. [6-8 слов/словосочетаний].

Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

Заголовок секции

1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

Теорема 2 (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

Доказательство. Текст доказательства.

2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (17)$$

где $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания, каждой иллюстрации должна следовать надпись.

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14



Рисунок 1 – Название рисунка

3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (17)

Для руководства по ЛАТЭХ и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете ЛАТЭХ. Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.

Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополипидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жұбанышева¹, Н. Темірғалиев¹, А.Б. Утесов²

¹ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

² Қ.Жұбанов атындағы. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде функцияларды сандық дифференциалдау

Аннотация: Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебег коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

Түйін сөздер: жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva¹, N. Temirgaliyev¹, A.B. Utesov²

¹ Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

² K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

Abstract: The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

Keywords: approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenogo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]
- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], 4 (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primeneniya k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teoriya priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skii]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekornaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlischenko G.G. Analiticheskij metod vložhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Cibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], 14, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

Сведения об авторах:

Жұбанышева А.Ж. - Старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Темірғалиев Н. - Директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Утесов А.Б. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жұбанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Ақтөбе, Қазақстан.

Zhubanysheva A.Zh. - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Utesov A.B. - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

Редакторы: А.Қ. Арынгазин
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.
-2018 - 4(125) - Астана: ЕҰУ. 75-б.
Шартты б.т. - 9,375 Таралымы - 20 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді.

Редакция мекен-жайы: 010008, Астана қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды