

ISSN 2616-6836

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

# ХАБАРШЫСЫ

---

---

**BULLETIN**

of the L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ** сериясы

**PHYSICS. ASTRONOMY** Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№3(124)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

*Бас редакторы*  
ф.-м.ғ. докторы  
**А.Қ. Арынгазин** (Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**А.Т. Ақылбеков**, ф.-м.ғ.д., профессор  
(Қазақстан)

*Редакция алқасы*

<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Гиниятова Ш.Г.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Даулетбекова А.Қ.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Ержанов Қ.К.</b>	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
<b>Жұмаділов Қ.Ш.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Здоровец М.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Қадыржанов Қ.К.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Кутербеков Қ.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Лушик А.Ч.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Мырзақұлов Р.Қ.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Нұрахметов Т.Н.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Тлеукенов С.К.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Қазақстан)

*Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 408 б.  
Тел.: (7172) 709-500 (ішкі 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Жауапты хатшы, компьютерде беттеген:*  
А. Нұрболат

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.**  
**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы**

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК  
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен  
тіркелген. 27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (ішкі 31-428)

*Editor-in-Chief*  
Doctor of Phys.-Math. Sciences  
**A.K. Aryngazin** (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

**A.T. Akilbekov**, Doctor of Phys.-Math. Sciences,  
Prof. (Kazakhstan)

*Editorial board*

<b>Aldongarov A.A.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Balapanov M.Kh.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Bakhtizin R.Z.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Dauletbekova A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
<b>Giniyatova Sh.G.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Kadyrzhanov K.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Kainarbay A.Zh.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Kuterbekov K.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Lushchik A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
<b>Morzabayev A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Myrzakulov R.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Nurakhmetov T.N.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Sautbekov S.S.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Tleukenov S.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Useinov A.B.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Yerzhanov K.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
<b>Zdorovets M.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Zhumadilov K.Sh.</b>	PhD (Kazakhstan)

*Editorial address:* 2, Satpayev str., of.408, Astana, Kazakhstan, 010008  
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Responsible secretary, computer layout:*  
A.Nurbolat

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.**  
**PHYSICS. ASTRONOMY Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University"

Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)

*Главный редактор*  
доктор ф.-м.н.  
**А.К. Арынгазин** (Казахстан)

*Зам. главного редактора*

**А.Т. Акилбеков**, доктор ф.-м.н.  
профессор (Казахстан)

*Редакционная коллегия*

<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Казахстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Гиниятова Ш.Г.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Даулетбекова А.К.</b>	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Ержанов К.К.</b>	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Жумадилов К.Ш.</b>	доктор PhD (Казахстан)
<b>Здоровец М.</b>	к.ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Кадыржанов К.К.</b>	ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Кутербеков К.А.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Лущик А.Ч.</b>	ф.-м.н., проф. (Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Мырзакулов Р.К.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Нурахметов Т.Н.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Тлеукенов С.К.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Казахстан)

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408  
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Ответственный секретарь, компьютерная верстка:*  
А. Нурболат

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**  
**Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 20 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№3(124)/2018

МАЗМҰНЫ

---

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Вертикальды цилиндрлік арналардағы әртүрлі құрамдағы метан-бутан-дифтордихлорметан изотермиялық үштік газдық қоспадағы «диффузия-концентрациялық гравитациялық конвекция» режимдерінің ауысу шекарасы	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Ақилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бақтыбаева Д.Б.</i> Модифицирленбеген BiCuSeO және Гейслер құймалары үшін ZT төзімділігінің электрондық үлесі	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Жоғары энергетикалық ауыр иондардың әсерінен туындаған хиллоктардың өлшемін бағалау	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Г.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер аясында альфа-бөлшектердің $^{12}\text{C}$ ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> $f(R)$ гравитациясының максвеллдік мүшесі және $g$ -эссенциясы модельдің экспоненциальды шешемі	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> Екі қабатты M-ХСІХ теңдеуі мен екі компонентті Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуінің калибровті эквиваленттігі туралы	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозондық ішек-скалярлық модель	47

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.  
ASTRONOMY SERIES

№3(124)/2018

CONTENTS

---

<i>Kossov V.N., Fedorenko O.V.</i> The boundary of “diffusion – concentration gravitational convection” regime change in the isothermal ternary gas mixture of methane-butane-difluorodichlor-methane with various compositions in vertical cylindrical channels	8
<i>Abuova A.U., Abuova F.U., Akilbekov A.T., Junisbekova D.A., Baktybayeva D.B.</i> Electronic contribution to the quality factor of ZT for Heusler alloys and unmodified BiCuSeO	14
<i>Aralbayeva G.M.</i> Estimation of the size of hillocks caused by swift heavy ions	21
<i>Burtebayev N., Fomichev A.S., Janseitov D.M., Kerimkulov Z h.K., Zholdybayev T.K., Alimov D.K., Mukhamejanov Y., Nassurlla M., Khojayev R., Aimaganbetov A.S., Amangeldi N., Yergaliuly G.</i> Investigation of elastic scattering of alpha-particles from $^{12}\text{C}$ in optical and folding models	26
<i>Razina O.V., Tsyba P.Yu.</i> Development of technological desalination schememineralized water and material balance for engineering calculation of the installation	33
<i>Sagidullayeva Zh.M.</i> On the gauge equivalence of the two-layer M-XCIX equation and the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation	41
<i>Shanina Z.K., Myrzakulov Y.M.</i> Bosonic string-scalar model	47

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Граница смены режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция» в изотермической тройной газовой смеси метан-бутан-дифтордихлорметан при различных составах в вертикальных цилиндрических каналах	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Акилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бактыбаева Д.Б.</i> Электронный вклад добротность ZT для сплавов Гейслера и немодифицированного BiCuSeO	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Оценка размера хиллоков, вызываемых тяжелыми ионами высоких энергий	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Ф.</i> Исследование процессов упругого рассеяния альфа-частиц на ядрах $^{12}\text{C}$ в рамках оптического и фолдинг моделей	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> Экспоненциальное решение модели $f(R)$ гравитации с максвелловским членом и $g$ -эссенцией	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> О калибровочной эквивалентности двухслойного уравнения М-ХСІХ и двухкомпонентного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозонная струнно-скалярная модель	47

# ФИЗИКА



МРНТИ 29.17.15; 29.17.35

В.Н. Косов<sup>1</sup>, О.В. Федоренко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup> *Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при Казахском национальном университете им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан  
(E-mail: <sup>1</sup> kosov\_vlad\_nik@list.ru)*

## **Граница смены режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция» в изотермической тройной газовой смеси метан-бутан-дифтордихлорметан при различных составах в вертикальных цилиндрических каналах**

**Аннотация:** Анализ опытных данных по изучению диффузии в тройной смеси метан – бутан – дифтордихлорметан показал, что в системе могут реализовываться условия конвективной неустойчивости, что приводит к возникновению специфических течений, обогащенных компонентом с наибольшим молекулярным весом. Такое смешение является нетипичным при многокомпонентном диффузионном массопереносе. Для установления условий, связанных со сменой режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция», в рамках теории устойчивости предложен расчетный метод, позволяющий определять границу кинетического перехода в вертикальных цилиндрических каналах. Предложенный подход сравнивался с экспериментальными данными и показал достаточную надежность по определению областей диффузии и концентрационной конвекции при различных составах исследуемой смеси.<sup>1</sup>

**Ключевые слова:** диффузия, конвекция, неустойчивость, компонент, смесь, концентрация, давление.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2018-124-3-8-13>

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (проект AP05130712 "Разработка технологических основ разделения газовых смесей на модульных проточных устройствах в режиме конвективной диффузии в контексте энергоэффективности и влияния на окружающую среду").

**Введение.** Многокомпонентный массоперенос в газообразных и конденсированных средах играет важную роль в природных и технологических процессах [1], вызывая его изучение как в теоретических [2, 3], так и прикладных приложениях [4]. Проведенные в [5, 6] исследования показали, что прогнозирование поведения многокомпонентных смесей осложняется одновременным действием нескольких механизмов переноса тепла и массы (конвекция, теплопроводность, диффузия), причем на границе смены кинетических режимов отмечается необходимость учета перекрестных диффузионных эффектов. Кроме того, при определенных условиях в многокомпонентных системах возникают синергетические эффекты [7, 8], связанные со значительным увеличением скорости смешения компонентов и вызывающие

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (проект AP05130712 "Разработка технологических основ разделения газовых смесей на модульных проточных устройствах в режиме конвективной диффузии в контексте энергоэффективности и влияния на окружающую среду").

возникновение неустойчивостей гидродинамического типа [9, 10]. Неустойчивость вызывает появление концентрационной гравитационной конвекции. При этом реализуются условия, связанные с приоритетным переносом компонента с наибольшим молекулярным весом [7]. Интенсивность суммарного массопереноса возрастает в десятки раз, что можно использовать для получения смеси, обогащенной тем или иным компонентом. Это позволило ряду авторов для прикладных задач, связанных с разделением газовых смесей, предложить новые оригинальные решения по управлению сложным тепломассопереносом в широком интервале давлений и градиентов температур [11-13]. Поэтому изучение особых режимов при диффузии в многокомпонентных газовых смесях представляется актуальным, так как будет способствовать получению новых знаний для создания и функционирования инновационных технологий разделения в углеводородном и энергетическом секторах промышленности Республики Казахстан.

В данной работе численным образом изучаются различные типы смешения при диффузии бинарной смеси метана ( $\text{CH}_4$ ) и дифтордихлорметана ( $\text{R12}$ ) при различных концентрациях в н-бутан ( $\text{n-C}_4\text{H}_{10}$ ). Определяются условия, характеризующие смену режимов «диффузия – концентрационная конвекция». Приводится анализ на устойчивость механического равновесия в вертикальном цилиндрическом канале.

**Определение границы кинетического перехода «диффузия – конвекция» в изотермической смеси метан-бутан-дифтордихлорметан.** Математическое описание базируется на основе анализа системы уравнений механики сплошных сред для многокомпонентных систем по отношению к малым возмущениям [14]. Макроскопическое движение изотермической тройной газовой смеси описывается общей системой уравнений гидродинамики, которая включает в себя уравнения Навье-Стокса, сохранения числа частиц смеси и компонентов.

Принимая во внимание условие независимой диффузии, при которой для изотермической газовой смеси  $\sum_{i=1}^3 \mathbf{j}_i = 0$ ;  $\sum_{i=1}^3 c_i = 1$ , эта система уравнений имеет следующий вид [14-16]:

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) \right] &= -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \left( \frac{\eta}{3} + \xi \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla c_i = -\operatorname{div} \mathbf{j}_i, \\ \mathbf{j}_1 &= -(D_{11}^* \nabla c_1 + D_{12}^* \nabla c_2), \\ \mathbf{j}_2 &= -(D_{21}^* \nabla c_1 + D_{22}^* \nabla c_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{u}$  – вектор среднemasсовой скорости;  $\mathbf{v}$  – вектор среднечисловой скорости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\eta$  и  $\xi$  – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости;  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения свободного падения;  $n$  – числовая плотность;  $t$  – время;  $c_i$  – концентрация  $i$ -го компонента;  $\mathbf{j}_i$  – вектор плотности диффузионного потока  $i$ -го компонента;  $D_{ij}^*$  – практические коэффициенты диффузии, которые определяются через коэффициенты взаимной диффузии:

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{D_{13} [c_1 D_{32} + (c_2 + c_3) D_{12}]}{D}, \quad D_{12}^* = -\frac{c_1 D_{23} (D_{12} - D_{13})}{D}, \\ D_{22}^* &= \frac{D_{23} [c_2 D_{13} + (c_1 + c_3) D_{12}]}{D}, \quad D_{21}^* = -\frac{c_2 D_{13} (D_{12} - D_{23})}{D}, \\ D &= c_1 D_{23} + c_2 D_{13} + c_3 D_{12}. \end{aligned}$$

Уравнения 1 дополняются уравнением состояния среды

$$\rho = \rho(c_1, c_2, p), T = \text{const.}$$

При решении системы уравнений 1 применялся метод малых возмущений [14], который предполагал концентрацию  $i$ -го компонента  $c_i$  и давление  $p$  представить следующим образом:

$$c_i = \langle c_i \rangle + c_i', p = \langle p \rangle + p',$$

где  $\langle c_i \rangle$ ,  $\langle p \rangle$  – постоянные средние значения, принимаемые в качестве начала отсчета.

Учитывая, что при  $L \gg r$  ( $L$  и  $r$  – длина канала вдоль оси  $z$  (высота) и радиус диффузионного канала, соответственно) различия между возмущениями среднечисловой  $\mathbf{v}$  и среднемассовой  $\mathbf{u}$  скоростей в уравнении Навье-Стокса будут несущественны [15], а также предполагая, что нестационарные возмущения механического равновесия малы, пренебрегая квадратичными по возмущениям членами, и выбирая соответствующие масштабы единиц измерения (расстояния –  $d$ , времени –  $d^2/\nu$ , скорости –  $D_{22}^*/d$ , концентрации  $i$ -го компонента –  $A_i d$ , давления –  $\rho_0 \nu D_{22}^*/d^2$ ), получим систему уравнений гравитационной концентрационной конвекции для возмущенных значений в безразмерных величинах (штрихи опущены):

$$\begin{aligned} \text{Pr}_{22} \frac{\partial c_1}{\partial t} - (\mathbf{u} \mathbf{e}_z) &= \tau_{11} \nabla^2 c_1 + \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \nabla^2 c_2, \\ \text{Pr}_{22} \frac{\partial c_2}{\partial t} - (\mathbf{u} \mathbf{e}_z) &= \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \nabla^2 c_1 + \nabla^2 c_2, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + (\text{Ra}_1 \tau_{11} c_1 + \text{Ra}_2 c_2) \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0,$$

где  $\mathbf{e}_z$  – единичный вектор в направлении оси  $z$ ;  $\text{Pr}_{ii} = \nu/D_{ii}^*$  – диффузионное число Прандтля;  $\text{Ra}_i = g\beta_i A_i d^4 / \nu D_{ii}^*$  – парциальное число Рэлея;  $\tau_{ij} = D_{ij}^*/D_{22}^*$  – параметры, определяющие соотношение между практическими коэффициентами диффузии;  $\beta_i = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial c_i} \right)_{p,T}$ ;  $A_i \mathbf{e}_z = -\nabla c_{i0}$  (индекс 0 относится к средним значениям).

Решение системы уравнений 2 для цилиндрического канала конечной высоты позволило получить в терминах чисел Рэлея граничное соотношение, определяющее смену режимов «диффузия – конвекция» в виде [15, 16]:

$$\int \mathbf{u} \nabla^2 \mathbf{u} dV + \text{Ra}_1 \tau_{11} \int u_z c_1 dV + \text{Ra}_2 \int u_z c_2 dV = 0. \quad (3)$$

На рисунке 1 изображено взаимное расположение на плоскости ( $\text{Ra}_1$ ,  $\text{Ra}_2$ ) граничной прямой (линия I), разделяющей области затухающих (диффузия) и нарастающих (концентрационная конвекция) возмущений, и нулевого градиента плотности (линия II)

$$\tau_{11} \text{Ra}_1 = -\text{Ra}_2 \quad (4)$$

для системы  $\text{CH}_4 + \text{R12} - n\text{-C}_4\text{H}_{10}$ , исследованной экспериментально при различных начальных концентрациях компонентов [17].

Расчетные данные для рассмотренных систем были представлены на плоскости чисел Рэлея в виде парциальных чисел Рэлея. Парциальные числа Рэлея в соответствии с системой уравнений и в применении к каналу радиусом  $r$  и длиной  $L$  были вычислены по следующим формулам [16]:

$$\text{Ra}_1 = \frac{g n r^4 \Delta m_1}{\rho \nu D_{11}^*} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial z}, \text{Ra}_2 = \frac{g n r^4 \Delta m_2}{\rho \nu D_{22}^*} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial z}, \quad (5)$$

Анализ экспериментальных данных показал, что существует интервал концентраций тяжелого компонента в бинарной смеси, в котором наблюдается неустойчивый диффузионный процесс. Из рисунка 1 видно, что в интервале концентраций от 0,38 до 0,30 мольных долей фреона-12 в системе реализуется неустойчивый диффузионный процесс (точки 1-3 лежат между граничными линиями 3 и 4)

Согласно рисунку 1, уменьшение концентрации тяжелого компонента (дифтордихлорметана) приводит к стабилизации неустойчивого процесса, что согласуется с экспериментальными данными. Из рисунка видно, что точки, соответствующие давлению 0,22 МПа, с уменьшением

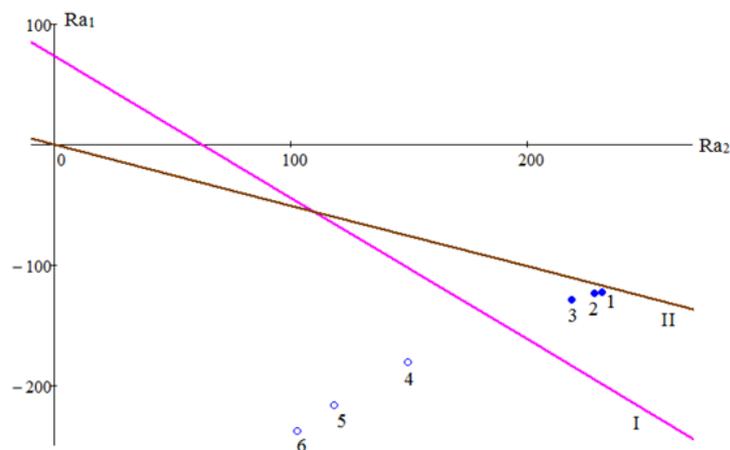


Рисунок 1 – Области диффузии и конвекции для системы  $\text{CH}_4 + \text{R12} - \text{n-C}_4\text{H}_{10}$ : I – нейтральная линия монотонных возмущений; II – линия нулевого градиента плотности при  $p = 0,22$  МПа и  $T = 298,0$  К; 1 – 6 – опытные данные при различных значениях  $c_{\text{R12}}$ : 1 – 0,3846; 2 – 0,379; 3 – 0,3612; 4 – 0,2240; 5 – 0,1634; 6 – 0,1354 м.д.

концентрации R12 в бинарной смеси стремятся в область, расположенную ниже линии I, т. е. в область устойчивой диффузии. Для рассмотренной системы устойчивый диффузионный процесс начинается при концентрации дифтордихлорметана менее 0,3 мольных доли.

**Закключение.** Таким образом, проведенные исследования показали, что увеличение концентрации компонента с наибольшим молекулярным в смеси способствует переходу в область концентрационной конвекции. Граница смены режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция» может быть получена в рамках анализа на устойчивость механического равновесия газовой смеси. Сравнение с экспериментальными данными показало удовлетворительное согласие между теорией и опытом по определению областей диффузии и конвекции.

## Список литературы

- 1 Incropera F.P., DeWitt D.P., Bergman T.L., Lavine A.S. Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th Edition. – Wiley, 2006. – 999 p.
- 2 Каминский В.А. Особые режимы трехкомпонентной диффузии в газах // Журнал физической химии. – 2011. – Т. 85. № 12. – С. 2359-2364.
- 3 Рыжков И.И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013. – 200 с.
- 4 Семенов А.П., Винокуров В.А. Разделение смесей метан-пропан с помощью процессов гидратообразования // Технологии нефти и газа. – 2009. – № 6. – С.43-47.
- 5 Naugen K.B., Firoozabadi A. On measurement of thermal diffusion coefficients in multicomponent mixtures // J. Chem. Phys. – 2005. – V. 122. – P. 014516.
- 6 Зубова Н. А., Любимова Т. П. Термоконцентрационная конвекция бинарных и трехкомпонентных смесей в квадратной полости при нагреве сверху // Вестник Пермского университета. Физика. – 2017. – № 2 (36). – С. 74–82. doi: 10.17072/1994-3598-2017-2-74-82
- 7 Косов В.Н., Селезнев В.Д., Жаврин Ю.И. Эффект разделения компонентов при изотермическом смешении тройных газовых систем в условиях свободной конвекции // Журн. техн. физики. – 1997. – Т. 67. Вып. 10. – С. 139-140.
- 8 Dil'man V.V., Lipatov D.A., Lotkhov V.A., Kaminskii V.A. Instability in unsteady-state evaporation of binary solutions into an inert gas // Theor. Found. Chem. Eng. – 2005. – Vol. 39. No. 6. – P. 566-572.
- 9 Ruev G.A., Fedorov A.V., Fomin V.M. Description of the anomalous Rayleigh-Taylor instability on the basis of the model of dynamics of a three-velocity three-temperature mixture // J. Appl. Mech. and Tech. Phys. – 2009. – Vol. 50. No. 1. – P. 49-57
- 10 Lyubimova T., Zubova N. Onset and nonlinear regimes of convection of binary fluid with negative separation ratio in square cavity heated from above // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – Vol. 106. – P. 1134–1143.
- 11 Демин В.А. Конвективные сепараторы // Прикладная физика. – 2013. № 4. – С. 60-67.

- 12 Патент РК № 32181. Устройство для разделения газовой смеси / Косов В.Н., Красиков С.А., Федоренко О.В., Косов Е.В. // Промышленная собственность. – 2017. – Бюл. № 12. – 30.06.2017
- 13 Евразийский патент № 030303. Устройство для разделения газовой смеси / Косов В.Н., Жаврин Ю.И., Красиков С.А., Федоренко О.В.// Бюллетень Евразийского патентного ведомства. – 2018. – Бюл. № 7. – 31.07.2018.
- 14 Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости.–М.: Наука, 1972. –392 с.
- 15 Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И., Федоренко О.В. Влияние концентрации компонентов смеси на возникновение конвективных режимов смешения при диффузии в тройных газовых смесях // Журнал физической химии. –2017. –Т. 91.№ 6. – С. 931 – 936.
- 16 Kossov V., Krasikov S., Fedorenko O. Diffusion and convective instability in multicomponent gas mixtures at different pressures // The European Physical Journal. SpecialTopics. – 2017. – Vol. 226. No. 6. – P. 1177-1187.
- 17 Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И., Красиков С.А., Федоренко О.В. Особенности разделения углеводородных изотермических газовых смесей при конвективной диффузии / Под ред. чл.-корр. НАН РК, проф. В.Н. Косова. – Алматы: MV-Принт, 2014. – 144 с.

В.Н. Косов<sup>1</sup>, О.В. Федоренко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университет, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> Эль-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің жанындағы эксперименттік және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты, Алматы қ., Қазақстан

**Вертикальды цилиндрлік арналардағы әртүрлі құрамдағы метан-бутан-дифтордихлорметан изотермиялық үштік газдық қоспадағы «диффузия-концентрациялық гравитациялық конвекция» режимдерінің ауысу шекарасы**

**Аннотация:** Метан-бутан-дифтордихлорметан үштік қоспадағы диффузияны зерттеудің тәжірибелік нәтижелерін талдау, молекулярлық салмағы жоғарылау компонентпен байытылған ерекше ағынының пайда болуына әкелетін жүйедегі конвективті тұрақсыздық шарты орындалуы мүмкін екенін көрсетті. Мұндай араластыру көпкомпонентті диффузиялық масса тасымалдау үшін әдеттегідей емес. «Диффузия-концентрациялық гравитациялық конвекция» режимдерінің өзгеруіне байланысты жағдайларды анықтау үшін тұрақтылық теориясының негізінде есептеу әдісі ұсынылады, ол тігінен цилиндрлік арналарда кинетикалық өту шекарасын анықтауға мүмкіндік береді. Ұсынылған әдіс тәжірибелік деректермен салыстырылды және түрлі құрамды зерттелетін қоспаның диффузия және концентрациялық конвекция аймақтарын анықтау үшін жеткілікті сенімділік көрсетті.

**Түйін сөздер:** диффузия, конвекция, тұрақсыздық, компонент, қоспа, концентрация, қысым.

V.N. Kossov<sup>1</sup>, O.V. Fedorenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> Institute of Experimental and Theoretical Physics, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

**The boundary of “diffusion – concentration gravitational convection” regime change in the isothermal ternary gas mixture of methane-butane-difluorodichlor-methane with various compositions in vertical cylindrical channels**

**Abstract:** Analysis of experimental data on diffusion in a ternary mixture of methane –butane–dichlorodifluoromethane showed that conditions of the convective instability can be realized in the system, which leads to the appearance of specific currents enriched by the component with the highest molecular weight. Such mixing is atypical for multicomponent diffusion mass transfer. To establish the conditions associated with the change in the “diffusion–concentration gravitational convection” regimes, a calculation method that makes it possible to determine the boundary of the kinetic transition in vertical cylindrical channels is proposed within the framework of stability theory. The proposed approach was compared with the experimental data and showed sufficient reliability to determine the regions of diffusion and concentration convection at different compositions of the mixture under investigation.

**Keywords:** diffusion, convection, instability, component, mixture, concentration, pressure.

## References

- 1 Incropera F.P., DeWitt D.P., Bergman T.L., Lavine A.S. Fundamentals of Heat and Mass Transfer (Wiley, 2006).
- 2 Kaminskii V.A. Special modes of three-component diffusion in gases, Russian Journal of Physical Chemistry A, 85 (12), 2203-2208 (2011).doi: 10.1134/S0036024411120156.
- 3 Ryzhkov I.I. Termodiffuziya v smesyakh: uravneniya, simmetriya, resheniya i ikh ustojchivost' [Thermodiffusion in mixtures: equations, symmetry, solutions and its stability] (SORAN, Novosibirsk, 2013).[in Russian]
- 4 Semenov A.P., Vinokurov V.A. Razdelenie smesey metan-propan s pomoshh'yu protsessov gidratoobrazovaniya [Separation of methane-propane mixtures by means of hydrate formation processes], Tekhnologii nefi i gaza [Oil and Gas Technologies], 6, 43-47 (2009). [in Russian]
- 5 Haugen K.B., Firoozabadi A. On measurement of thermal diffusion coefficients in multicomponent mixtures, Journal of Chemical Physics, 122, 014516 (2005).

- 6 Zubova N.A., Lyubimova T.P. Termokontsentratsionnaya konvektsiya binarnykh itrekhkomponentnykh smesey v kvadratnoj polosti pri nagreve sverkhу [Thermoconcentrational convection of binary and three-component mixtures in a square cavity with heating from above], Vestnik Permskogo universiteta. Fizika [Bulletin of Perm University. Physics], 2(36), 74–82 (2017). doi: 10.17072/1994-3598-2017-2-74-82.
- 7 Kosov V.N., Seleznev V.D., Zhavrin Yu.I. Separation of components during isothermal mixing of ternary gas systems under free-convection conditions, Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics, 42 (10), 1236-1237 (1997).
- 8 Dil'man V.V., Lipatov D.A., Lotkhov V.A., Kaminskii V.A. Instability in unsteady-state evaporation of binary solutions into an inert gas, Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 39 (6), 566-572 (2005).
- 9 Ruev G.A., Fedorov A.V., Fomin V.M. Description of the anomalous Rayleigh-Taylor instability on the basis of the model of dynamics of a three-velocity three-temperature mixture, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 50 (1), 49-57 (2009).
- 10 Lyubimova T., Zubova N. Onset and nonlinear regimes of convection of binary fluid with negative separation ratio in square cavity heated from above, International Journal of Heat and Mass Transfer, 106, 1134–1143 (2017).
- 11 Demin V.A. Konvektivnye separatory [Convective separators], Prikladnaya fizika [Applied Physics], 4, 60-67 (2013).
- 12 Kosov V.N., Krasikov S.A., Fedorenko O.V., Kosov E.V. Patent RK № 32181. Ustrojstvo dlya razdeleniya gazovoj smesi [Patent RK No. 32181. A device for separating a gas mixture], Promyshlennaya sobstvennost' [Industrial Property], 12, (2017). (30.06.2017)
- 13 Kosov V.N., Zhavrin YU.I., Krasikov S.A., Fedorenko O.V. Evrazijskij patent № 030303. Ustrojstvo dlya razdeleniya gazovoj smesi [Eurasian patent No. 030303. A device for separating a gas mixture], Byulleten' Evrazijskogo patentnogo vedomstva [Bulletin of the Eurasian Patent Office], 7, (2018). (31.07.2018)
- 14 Gershuni G.Z., Zhukhovitskij E.M. Konvektivnaya ustojchivost' neszhimajemoj zhidkosti [Convective stability of an incompressible fluid] (Nauka, Moscow, 1979). [in Russian]
- 15 Kosov V.N., Kul'zhanov D.U., Zhavrin Y.I., Fedorenko O.V. Emergence of convective flows during diffusional mass transfer in ternary gas systems: The effect of component concentrations, Russian Journal of Physical Chemistry A, 91 (6), 984-989 (2017). doi: 10.1134/S0036024417060127.
- 16 Kossov V., Krasikov S., Fedorenko O. Diffusion and convective instability in multicomponent gas mixtures at different pressures, The European Physical Journal. Special Topics, 226 (6), 1177-1187 (2017). doi: 10.1140/epjst/e2016-60201-1.
- 17 Kosov V.N., Kul'zhanov D.U., Zhavrin YU.I., Krasikov S.A., Fedorenko O.V. Osobennosti razdeleniya uglevodородnykh izotermicheskikh gazovykh smesey pri konvektivnoj diffuzii [Features of the separation of hydrocarbon isothermal gas mixtures under convective diffusion] (MV-Print, Almaty, 2014). [in Russian]

#### Сведения об авторах:

*Косов В.Н.* - физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚРҰҒА корреспондент-мүшесі, физика кафедрасының меңгерушісі, Абай атындағы Қазақ Ұлттық Педагогикалық Университеті, Достық даңғылы 13, Алматы, Қазақстан.

*Федоренко О.В.* - физика-математика ғылымдарының докторы, аға ғылыми қызметкер, Әль-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университетінің жанындағы эксперименттік және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты, Әль-Фараби даңғылы 71, Алматы, Қазақстан.

*Kosov V.N.* - doctor of physical and mathematical sciences, professor, corresponding member of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Head of the Department of Physics. Abai Kazakh National Pedagogical University, 13 Dostyk Avenue, Almaty, Kazakhstan.

*Fedorenko O.V.* - candidate of physical and mathematical sciences, senior research scientist of the Research Institute of Experimental and Theoretical Physics at Kazakh National University, 71 al-Farabi Avenue, Almaty, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 03.10.2018

**Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»**

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

**1. Цель журнала.** Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

**2.** В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

**Язык публикаций:** казахский, русский, английский.

**3. Отправление статей в редакцию** означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

**4.** Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

**5. Схема построения статьи**

**ГРНТИ** <http://grnti.ru/>

**Инициалы и фамилия автора(ов)**

**Полное наименование организации, город, страна** (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

**E-mail** автора(ов)

**Название статьи**

**Аннотация** (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

**Ключевые слова** (6-8 слов/словосочетаний. Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

**Основной текст статьи** должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

**6.** Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключать упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

#### **Примеры оформления списка литературы**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://sem.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

**7.** После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

**8. Работа с электронной корректурой.** Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней

необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

**Периодичность журнала:** 4 раза в год.

**9. Оплата.** Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге):

## Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева<sup>1</sup>, Н. Темиргалиев<sup>2</sup>, А.Б. Утесов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

<sup>2</sup> *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: <sup>1</sup> *axaulezh@mail.ru*, <sup>2</sup> *ntmath10@mail.ru*, <sup>3</sup> *adilzhan\_71@mail.ru*)

**Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника**

### Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

### Заголовок секции

#### 1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

**Теорема 1.** ...

**Лемма 1.** ...

**Предложение 1.** ...

**Определение 1.** ...

**Следствие 1.** ...

**Замечание 1.** ...

**Теорема 2** (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Текст доказательства.

### 2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left( \varepsilon_N; \left( l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (25)$$

где  $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left( l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$|\gamma_N^{(\tau)}| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

### 3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (25)

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14



Рисунок 1 – Название рисунка

Для руководства по  $\LaTeX$  и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете  $\LaTeX$ . Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.

### Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикинова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

**А.Ж. Жұбанышева<sup>1</sup>, Н. Теміргалиев<sup>1</sup>, А.Б. Утесов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

<sup>2</sup> Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

#### Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде функцияларды сандық дифференциалдау

**Аннотация:** Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

**Түйін сөздер:** жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

**A.Zh.Zhubanysheva<sup>1</sup>, N. Temirgaliyev<sup>1</sup>, A.B. Utesov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup> K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

#### Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

**Abstract:** The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

**Keywords:** approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

### References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenngo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]

- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislennom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], **4** (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primeneniya k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nicol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skij]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vlozhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

**Сведения об авторах:**

*Жубаньшьева А.Ж.* - Старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Темиргалиев Н.* - Директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Утесов А.Б.* - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актобинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актобе, Казахстан.

*Zhubanysheva A.Zh.* - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Temirgaliyev N.* - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Utesov A.B.* - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 15.05.2017*

Редакторы: А.Қ. Арынгазин  
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.  
-2018 - 3(124) - Астана: ЕҰУ. 61-б.  
Шартты б.т. - 27,25. Таралымы - 20 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Астана қ.,  
Сәтпаев көшесі, 2.  
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Тел.: (8-717-2) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды