

eISSN 2663-1296

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№4(133)/2020

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2020

Nur-Sultan, 2020

Нур-Султан, 2020

Бас редакторы:
ф.-м.ғ.д., профессор, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ
А.Т. Ақылбеков (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Гиниятова Ш.Г. ф.-м.ғ.к., доцент
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ (Қазақстан)

Редакция алқасы

Арынгазин А.Қ.
Алдонгаров А.А.
Балапанов М.Х.
Бахтизин Р.З.
Даулетбекова А.Қ.
Ержанов Қ.Қ.
Жұмаділов Қ.Ш.
Здоровец М.
Қадыржанов Қ.Қ.
Кайнарбай А.Ж.
Козловский А.Л.
Кутербеков Қ.А.
Луцкий А.Ч.
Попов А.И.
Морзабаев А.К.
Мырзақұлов Р.Қ.
Нұрахметов Т.Н.
Сауытбеков С.С.
Салиходжа Ж.М.
Скуратов В.А.
Тлеуенов С.К.
Усеинов А.Б.
Хоши М.
Шункеев Қ.Ш.

ф.-м.ғ. докторы, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ(Қазақстан)
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Башқұрт мемлекеттік университеті (Ресей)
ф.-м.ғ.д., проф., Башқұрт мемлекеттік университеті (Ресей)
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.к., PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ(Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Тарту университеті (Эстония)
ф.-м.ғ.д., проф., Латвия университеті (Латвия)
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ(Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
ф.-м.ғ.д., проф., Біріккен ядролық зерттеулер институты (Ресей)
ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ (Қазақстан)
PhD, проф., Коши университеті (Жапония)
ф.-м.ғ.д., проф., Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе мемлекеттік университеті (Қазақстан)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтбаев к-сі, 2, 402 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.
Тел.: +7(7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Журнал менеджері: Г. Мендыбаева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" Коммерциялық емес акционерлік қоғам

Мерзімділігі: жылына 4 рет. Жазылу индексі: 76093

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде 27.03.2018ж.

№16999-ж тіркеу куәлігімен тіркелген.

Ашық қолданудағы электрондық нұсқа: <http://bulphysast.enu.kz/>

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1, 102 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. Тел.: +7(7172)709-500 (ішкі 31-428)

Editor-in-Chief

Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, ENU
A.T. Akilbekov (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

Giniyatova Sh.G., Candidate of Phys.-Math. Sciences,
Assoc. Prof., ENU (Kazakhstan)

Editorial Board

Aryngazin A.K.	Doctor of Phys.-Math. Sci., ENU (Kazakhstan)
Aldongarov A.A.	PhD, ENU (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., BashSU (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., BashSU (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sci., PhD, ENU (Kazakhstan)
Hoshi M.	PhD, Prof., Kyushu University (Japan)
Kadyrzhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., ENU (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sci., ENU (Kazakhstan)
Kozlovskiy A.L.	PhD, ENU (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., ENU (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., University of Tartu (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sci., ENU (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., ENU (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., ENU (Kazakhstan)
Popov A.I.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., University of Latvia (Latvia)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., KazNU (Kazakhstan)
Salikhodzha Z. M	Candidate of Phys.-Math. Sci., ENU (Kazakhstan)
Skuratov V.A.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Joint Institute for Nuclear Research (Russia)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., ENU (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD, ENU (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sci., PhD, ENU (Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sci., ENU (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD, ENU (Kazakhstan)
Shunkeyev K.Sh.	Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Zhubanov University (Kazakhstan)

Editorial address: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev str., of. 402,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008
Tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Managing Editor: G. Mendybayeva

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Non-profit joint-stock company "L.N. Gumilyov Eurasian National University"

Periodicity: 4 times a year. Subscription index: 76093

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Available at: <http://bulphysast.enu.kz/>

Address of printing house: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 12/1 Kazhimukan str.,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)

Главный редактор:
доктор ф.-м.н., профессор
А.Т. Акилбеков, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)

Зам. главного редактора

Ш.Г. Гиниятова к.ф.-м.н., доцент
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)

Редакционная коллегия

Арынгазин А.К.	д.ф.-м.н., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Алдонгаров А.А.	PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Балапанов М.Х.	д.ф.-м.н., проф., БашГУ (Россия)
Бахтизин Р.З.	д.ф.-м.н., проф., БашГУ (Россия)
Даулетбекова А.К.	д.ф.-м.н., PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Ержанов К.К.	к.ф.-м.н., PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Кадыржанов К.К.	д.ф.-м.н., проф., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	к.ф.-м.н., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Козловский А.Л.	PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Кутербеков К.А.	д.ф.-м.н., проф., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Лущик А.Ч.	д.ф.-м.н., проф., Тартуский университет (Эстония)
Морзабаев А.К.	д.ф.-м.н., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	д.ф.-м.н., проф., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	д.ф.-м.н., проф., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Попов А.И.	д.ф.-м.н., проф., Латвийский университет (Латвия)
Сауытбеков С.С.	д.ф.-м.н., проф., КазНУ им. аль-Фараби (Казахстан)
Салиходжа Ж.М.	к.ф.-м.н., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Скуратов В.А.	д.ф.-м.н., проф., Объединенный институт ядерных исследований (Россия)
Тлеукинов С.К.	д.ф.-м.н., проф., ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева (Казахстан)
Хоши М.	PhD, проф., Коши университет (Япония)
Шункеев К.Ш.	д.ф.-м.н., проф., АРГУ имени К. Жубанова (Казахстан)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 402, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Менеджер журнала: Г. Мендыбаева

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.

Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник: Некоммерческое акционерное общество "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева"

Периодичность: 4 раза в год. Подписной индекс: 76093

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Электронная версия в открытом доступе: <http://bulphysast.enu.kz/>

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажимукана, 12/1, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева. тел.: +7(7172)709-500 (вн. 31-428)

**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы**

№4(133)/2020

МАЗМҰНЫ

<i>Ашуров А.Е., Калманова Д.М., Рахимова А.Д.</i> Гео стационарлық жерсеріктің орнын анықтау алгоритмінде аппроксимация әдісін қолдану	8
<i>Сәндібаева Н.А., Айдарбекова А.А.</i> Молекулалық физикадан жалпы оқыту дағдыларын қалыптастыру	16
<i>Қойлық, Н.О., Бактыбаев Қ.Б., Қаптағай Г.Ә., Айдарбекова А.А., Далелханкызы А.</i> γ - орнықсыз ядролардың фермиондық моделі және күй құрылымы	23
<i>Ашуров А.Е., Әбдірашев Ө.К.</i> Түсіретін аппараттың орбитада қозғалысын моделдеу	33
<i>Кутербеков К.А., Балапанов М.Х., Кубенова М.М., Палымбетов Р.Ш., Сахабаева С.М., Кабышев А.М., Бекмырза К.Ж., Куланова К.К.</i> $K_xCu_{2-x}S$ суперионды қорытпаларының электрлік және жылулық қасиеттері	39
<i>Убаев Ж., Шункеев К., Мясникова Л., Сагимбаева Ш.</i> Нүктелік және серпімді деформация кезіндегі NaCl матрицасының люминесценциясы	49
<i>Ахатаева Ж.О., Шакерхан К.О., Керимбаев А.О., Мукушев Б.А.</i> Центрілік тартылыс күші өрісінде дене қозғалысын компьютерлік модельдеуі	55
<i>Шағдар Н.М., Морзабаев А.К.</i> 2017 жылдың 4-10 қыркүйек аралығында CARPET құрылысында тіркелген ғарыштық сәулелердің вариациясы	61
<i>Карипбаев Ж.Т., Алпысова Г.К., Лисицын В.М., Мусаханов Д.А.</i> YAG:Ce керамикасының радиациялық синтезінің тұрақтылығы	66
<i>Бижігітов Т., Жумадилов Е.</i> Тұрақты температурада VI-мүз модификациясының Юнг, ығысу модульдері мен онда тарайтын ультрадыбыс толқындарының қысымға тәуелділігін зерттеу	73
<i>Тулеков Е.А., Морзабаев А.К., Махмұтов В.С., Ерхов В.И., Филиппов М.В.</i> ЕҰУ эксперименттік кешенінің бақылау деректері негізіндегі 2016-2019 жж. ғарыштық сәулелердің вариациялары	79
<i>Сеитов Д.Д., Некрасов К.А., Купряжкин А.Я.</i> Күшті криптон-оттекті байланысындағы UO_2 -дегі криптон диффузиясы. Молекулалық динамика модельдеуі	86

**BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.
ASTRONOMY SERIES**

№4(133)/2020

CONTENTS

<i>Ashurov A.E., Kalmanova D.M., Rahimova A.D.</i> Application of the approximation method in the algorithm for determining the position of a geostationary satellite	8
<i>Sandibaeva N.A., Aidarbekova A.A.</i> Formation of general education skills on molecular physics	16
<i>Koilyk N.O., Baktybaev K.B., Kaptagay G., Aidarbekova A.A., Dalelhankyzy A.</i> Fermion dynamical-symmetrical model and the structure of states of the γ - nuclei	23
<i>Ashurov A.E., Abdirashev O.K.</i> Information and metrological support for the complex of robotic devices	33
<i>Kuterbekov K.A., Balapanov M.Kh., Kubenova M.M., Palymbetov R.Sh., Sakhabaeva S.M., Kabyshev A.M., Bekmyrza K.Zh., Kulanova K.K.</i> Electrical and thermal properties of $K_xCu_{2-x}S$ superionic alloys	39
<i>Ubayev Zh., Shunkeyev K., Myasnikova L., Sagimbayeva Sh.</i> Luminescence of the NaCl matrix under local and elastic deformation	49
<i>Akhataeva Zh.O., Shakerkhan K.O., Kerimbaev A.O., Mukushev B.A.</i> Computer simulation of body motion under the action of Central attraction	55
<i>Shagdar N.M., Morzabaev A.K.</i> Observations of cosmic ray variations by the CARPET detector during the period from 4 to 10 September, 2017	61
<i>Karipbaev Zh., Alpysova G., Lisitsyn V., Musahanov D.</i> Stability of radiation synthesis of YAG:Ce ceramics	66
<i>Bizhigitov T., Zhumadilov E.</i> Study dependence of Young's, shear modulus and ultrasonic waves propagation of the vi ice modification to the pressure at a constant temperature	73
<i>Tulekov Ye., Morzabaev A.K., Makhmutov V.S., Yerkhov V.I., Philippov M.V.</i> Variations of cosmic rays in the period 2016-2019 according to observations of the ENU experimental complex	79
<i>Seitov D.D., Nekrasov K.A., Kupryazhkin A.Ya.</i> Krypton Diffusion in UO_2 Assuming a Strong Bonding Krypton-Oxygen. A Molecular Dynamics Simulation	86

**ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№4(133)/2020

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Ашуров А.Е., Калманова Д.М., Рахимова А.Д.</i> Применение метода аппроксимации в алгоритме определения положения геостационарного спутника	8
<i>Сандибаева Н.А., Айдарбекова А.А.</i> Формирование общеобразовательных умений по молекулярной физике	16
<i>Койлык Н.О., Бактыбаев К.Б., Каптагай Г.А., Айдарбекова А.А., Далелханкызы А.</i> Фермионная модель и структура состояний γ -нестабильных ядер	23
<i>Ашуров А.Е., Абдирашев О.К.</i> Моделирование движения спускаемого аппарата на орбите	33
<i>Кутербекоев К.А., Балапанов М.Х., Кубенова М.М., Палымбетов Р.Ш., Сахабаева С.М., Кабышев А.М., Бекмырза К.Ж., Куланова К.К.</i> Электрические и тепловые свойства суперионных сплавов $K_xCu_{2-x}S$	39
<i>Убаев Ж., Шункеев К., Мясникова Л., Сагымбаева Ш.</i> Люминесценция матрицы NaCl при локальной и упругой деформации	49
<i>Ахатаева Ж.О., Шакерхан К.О., Керимбаев А.О., Мукушев Б.А.</i> Компьютерное моделирование движения тела под действием центрального притяжения	55
<i>Шагдар Н.М., Морзабаев А.К.</i> Вариация космических лучей, зарегистрированная на установке CARPET в период с 4 по 10 сентября 2017 года	61
<i>Карипбаев Ж.Т., Алпысова Г.К., Лисицын В.М., Мусаханов Д.А.</i> Стабильность радиационного синтеза ИАГ:Се керамики	66
<i>Бижигитов Т., Жумадилов Е.</i> Исследование зависимости модуля Юнга, модуля сдвига и распространяющихся в нем ультразвуковых волн VI модификации льда от давления при постоянной температуре	73
<i>Тулеков Е.А., Морзабаев А.К., Махмудов В.С., Ерхов В.И., Филиппов М.В.</i> Вариации космических лучей в период 2016-2019 гг. по данным наблюдений экспериментального комплекса ЕНУ	79
<i>Сеитов Д.Д., Некрасов К.А., Купряжский А.Я.</i> Диффузия криптона в UO_2 в предположении сильной связи криптон-кислород. Молекулярно – динамическое моделирование	86

МРНТИ: 27.41.23

Ж.О. Ахатаева¹, К.О. Шакерхан¹, А.О. Керимбаев², Б.А. Мукушев²

¹ *Казахский гуманитарно-юридический инновационный университет, Семей, Казахстан*

² *Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан*
(E-mail: ² mba-55@mail.ru)

Компьютерное моделирование движения тела под действием центрального притяжения

Аннотация: в статье проанализированы естественные и виртуальные центральные силы. Представлены результаты исследования движения тела в поле этих сил, полученные на основе компьютерных экспериментов. На основе теоремы Бертрона изучены возможные орбиты движения тела в поле центральных сил гравитационной (или кулоновской) и квазиупругой природы. Рассмотрены виртуальные центральные силы, исследование которых имеет большую научную ценность в методологии физической науки.

Исследование естественных и виртуальных сил было проведено с помощью компьютерного моделирования. Были составлены компьютерные программы в среде ППП Mathcad, необходимые для нахождения траектории тела в поле различных центральных сил. В результате проведенного вычислительного эксперимента была доказана теорема Бертрона в том, что при некоторых начальных условиях тело может двигаться по замкнутой траектории в двух случаях: в поле гравитационной силы и в поле квазиупругой силы. В обоих случаях тело движется по форме конического сечения, то есть по траектории эллипса, круга, параболы и гиперболы. При компьютерном моделировании движения тел в поле виртуальных сил получили различные траектории в зависимости от начальных условий.

Ключевые слова: поле центральной силы, естественные и виртуальные силы, теорема Бертрона, коническое сечение, незамкнутая траектория, ППП Mathcad, компьютерное моделирование, вычислительные эксперименты, полярная координатная система.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2020-133-4-55-60>

Поступила: 04.12.2020/ Допущена к опубликованию: 10.12.2020

Введение. Сила, действующая на материальную точку, называется центральной, если она зависит только от расстояния до источника поля (силы) и направлена вдоль прямой, соединяющей материальную точку с источником поля. В общем виде центральная сила может быть записана в следующем виде:

$$\vec{F} = F_r(r) \frac{\vec{r}}{r}$$

где $F_r(r)$ - проекция силы на прямую, соединяющую материальную точку с источником поля [1].

Когда материальные точки или частицы взаимодействуют с силой обратно пропорциональной квадрату расстояния, то мы имеем дело с силами тяготения или Кулона (сила притяжения и отталкивания). Вторым примером центральной силы выступают квазиупругие силы. В поле квазиупругих сил материальные точки притягиваются к центру силой прямо пропорциональной расстоянию. Эти два вида центральных сил существуют в природе. По этой причине их будем называть естественными центральными силами.

Благодаря компьютерному моделированию стало возможным проводить вычислительные эксперименты, необходимые для целенаправленного исследования естественных центральных сил, а также центральных сил, так называемых – виртуальных. К виртуальным центральным силам относятся законы взаимодействия двух материальных точек, когда сила не подчиняется законам естественных центральных сил.

Вычислительный (компьютерный) эксперимент - это эксперимент над математической моделью объекта исследования на ЭВМ, который состоит в том, что по одним параметрам модели вычисляются другие её параметры и на этой основе делаются выводы о свойствах объекта, описываемого математической моделью. Для реализации вычислительных экспериментов нужно придерживаться следующей последовательности действий: создание физической модели исследуемого объекта - построение математической модели объекта - создание и реализация компьютерной программы - оформление результатов эксперимента [2].

Теоретический анализ естественных и виртуальных центральных сил. К естественным центральным силам относятся сила всемирного тяготения ($\vec{F} = -G\frac{mM}{r^3}\vec{r}$), сила отталкивания и притяжения заряженных частиц (закон Кулона $\vec{F} = k\frac{qQ}{r^3}\vec{r}$) и квазиупругие силы ($\vec{F} = -k\vec{r}$). Далее мы рассмотрим только те центральные силы, в поле которых частица притягивается к центру. Следовательно, объектом исследования выступает движение тела под действием центрального притяжения [3, 4].

Французский математик Бертран установил теорему о силах, которые зависят только от положения движущейся точки, и заставляющих её описывать конические сечения (окружность, эллипс, парабола и гипербола), каковы бы ни были начальные условия. По теореме Бертрانا, при выполнении некоторых начальных условий частица может двигаться по замкнутой траектории в двух случаях: 1) в поле силы притяжения, которая обратно пропорциональна квадрату расстояния r до центра O ; 2) в поле квазиупругой силы (F пропорциональна r). В обоих случаях геометрический вид траектории один и тот же: это будет либо окружность, либо эллипс [5].

На рисунке 1 представлен случай, когда на тело действует сила всемирного тяготения. В определенных условиях тело будет двигаться вокруг точки O по замкнутой траектории.

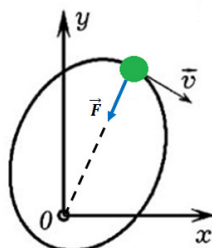


Рисунок 1 – Движение тела в поле всемирного тяготения

На рисунке 2 изображено вращательное движение тела, подвешенного на нити. На тело всегда действует сила F , направленная в центр окружности. Если угол отклонения нити от вертикали значителен, то сила, направленная к центру окружности, равна $F = mg \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}}$, где r радиус окружности. В этом случае не соблюдается линейная зависимость между силой и расстоянием тела от центра.

При малом отклонении нити от вертикали можно считать, что $l \gg r$ сила, действующая на тело, приблизительно равна

$$F \approx \frac{mg}{l}r = k \cdot r, \text{ где } k = \frac{mg}{l}$$

Эту силу можно называть квазиупругой силой. Под действием этой силы тело движется по замкнутой траектории (либо по окружности, либо по эллипсу). То есть выполняется теорема Бертрана.

На рисунке 3 представлены результаты расчетов движения частицы в центральном поле, для которого сила не подчиняется законам обратных квадратов и квазиупругой силы. Видно, что траекторией является незамкнутая кривая.

В этом случае не выполняется теорема Бертрана, поскольку частица движется по траектории, не являющейся замкнутой.

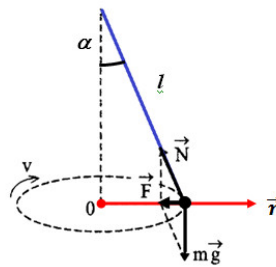


Рисунок 2 – Движение тела в поле квазиупругой силы

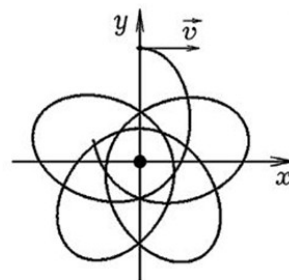


Рисунок 3 – Траектория движения тел в поле силы притяжения $F \approx 1/r^{\frac{3}{2}}$

Компьютерные модели движения тела в поле естественных и виртуальных центральных сил. Сначала исследуем естественные центральные силы и изучим с помощью компьютерных экспериментов поведение частиц в поле таких сил.

Нами созданы специальные программы для полярной координатной системы в среде Mathcad, позволяющие проводить компьютерные эксперименты над движением частицы в полях естественных центральных сил и виртуальных сил (Листинг 1) [6].

Уравнение центральной силы и его параметры	$\mathbf{F}(\mathbf{r}) := \frac{-k}{r^n}$	$k := 1$	$N :=$	$n := \frac{N}{10}$	$n = 2$
$\mu := 1$ Приведенная масса в кг					
$r_0 := 10$ Начальный радиус орбиты в М m					
$rdot_0 := 0$ Начальная радиальная скорость		$\omega_c := \sqrt{\frac{k}{\mu \cdot r_0^3}} = 0.032$			Угловая скорость для круговой орбиты с силой закона обратных квадратов
$\theta_0 := 0$ Начальный угол и угловая скорость, в радиан/с					
$\theta_{dot} := .4\omega_c$					
$L := \mu \cdot r_0^2 \cdot \theta_{dot} = 1.265$ Момент импульса тел					
$\mathbf{x}_0 := \begin{pmatrix} \frac{1}{r_0} \\ -\frac{\mu}{L} \cdot rdot_0 \end{pmatrix}$ Начальные значения координаты тела					
$D(t, X) := \begin{bmatrix} X_2 \\ -X_1 - \frac{\mu}{L^2} \cdot \frac{1}{(X_1)^2} \cdot F\left(\frac{1}{X_1}\right) \end{bmatrix}$ Производные от орбитального уравнения					
$\theta_0 := 0$ $\theta_1 := 20\pi$ $N := 5000$ Время начала и окончания, а также количество шагов.					
$S := rkfixed(x_0, \theta_0, \theta_1, N, D)$ Численное интегрирование Рунге-Кутты четвертого порядка.					
$\Theta := S^{(1)}$ Список углов, по одному для каждого шага интегрирования.					
$R := \frac{1}{S^{(2)}}$ Список радиусов, полученных в результате численного интегрирования.					

Листинг 1.

На рисунке 4 представлены результаты компьютерного моделирования для случаев: $n = 2$ (гравитационная сила) и $n = -1$ (квазиупругая сила).

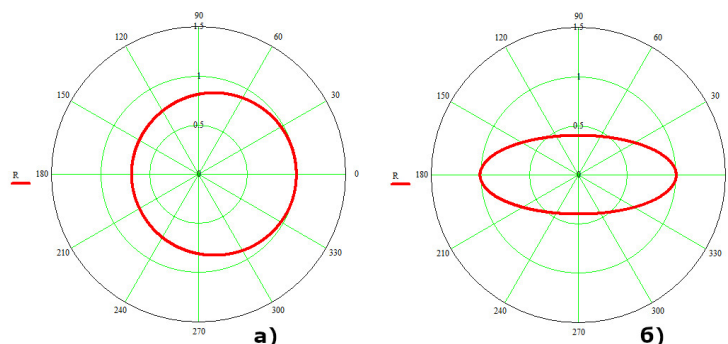


Рисунок 4 – Движение частицы в полях тяготения (а) и квазиупругой силы (б)

Заметим, что при эллиптическом движении частицы в гравитационном поле (или кулоновском поле тяготения) один из фокусов находится в центре силы тяготения. Во втором случае точка пересечения большой и малой осей эллипса совпадает с центром квазиупругой силы.

Для реализации компьютерного моделирования движения тела в поле виртуальных центральных сил мы устанавливаем формулу центральных сил от расстояния по своему усмотрению (для этого изменим значения n).

На рисунке 5 представлены случаи, когда центральная сила притяжения не подчиняется закону обратных квадратов или квазиупругой силы.

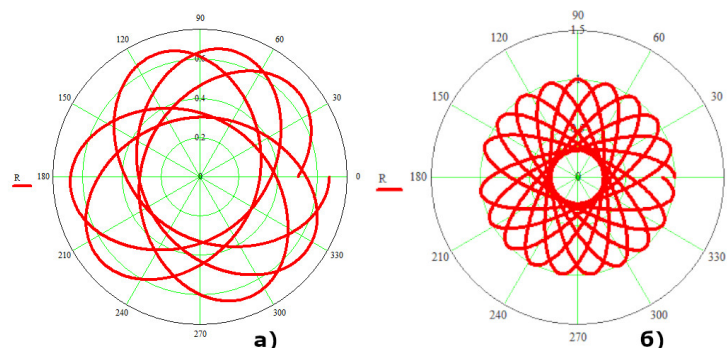


Рисунок 5 – Движение частицы в виртуальном центральном поле: а) $F(r) = -\alpha/r$ и б) $F(r) = -\alpha\sqrt{r}$, где α коэффициент пропорциональности

Изменим условия так, чтобы при больших r преобладали силы притяжения, а при малых – силы отталкивания. Этим условиям удовлетворяет следующая формула виртуальной силы:

$F(r) = -\alpha_1/r^n - \alpha_2/r^m$, где n и m действительные положительные числа, α_1 и α_2 коэффициенты пропорциональности. На рисунке 6 изображена траектория тел, когда центральная сила притяжения подчиняется этим закономерностям.

Заметим, что траектории движения частиц в поле виртуальных центральных сил при соблюдении некоторых начальных условий являются всегда незамкнутыми кривыми. Изменяя различные параметры, характеризующие закономерности поля тяготения, можно получить сколько угодно видов виртуальных центральных сил.

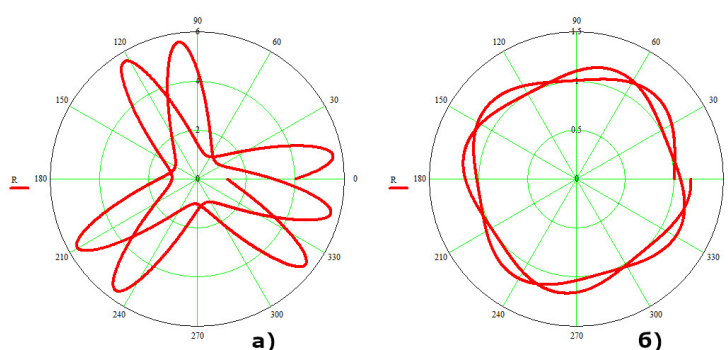


Рисунок 6 – Движение частицы в центральном поле а) $F(r) = \frac{4}{r^2} - \frac{1}{r}$ и б) $F(r) = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r}$

Закключение. Исследование закономерностей движения частиц в поле центральных сил посредством вычислительных экспериментов убедительно показывает, что применение реальных компьютерных моделей позволяет получать более достоверные результаты. С другой стороны, компьютерный эксперимент может быть проведен в условиях, недоступных для обычных (натурных) экспериментов. Поэтому вычислительный эксперимент широко применяется в физике твердого тела, плазмы, неидеального газа и жидкости, а также при изучении закономерностей небесной механики.

Список литературы

- 1 Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. – Москва.: Наука, 1989. – 687 с.
- 2 Умнов А.М., Туриков В.А., Муратов М.Н., Сковорода А.С. Современные методы вычислительного эксперимента в прикладной физике. - Учеб. пособие. – Москва: РУДН, 2008. – 248 с.
- 3 Дубошин Г.Н. Небесная механика: Аналитические и качественные методы. – Москва: Наука, 1964. – 540 с.
- 4 Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике. – Алматы, 2009. – 227 с.
- 5 Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона. Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие. В 2 ч. Ч 2. – Москва: Физматлит, 2010. – 604 с.
- 6 Очков В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург, 2007. – 370 с.

Ж.О. Ахатаева¹, К.О. Шакерхан¹, А.О. Керимбаев², Б.А. Мукушев²

¹ Қазақ гуманитарлық-заң инновациялық университеті, Семей, Қазақстан

² С.Сейфуллин атындағы қазақ аграрлық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Центрлік тартылыс күші өрісінде дене қозғалысын компьютерлік модельдеу

Аннотация. Мақалада табиғи және виртуалды центрлік күштер талданады. Осы күштер өрісіндегі дене қозғалысын компьютерлік эксперименттер көмегімен зерттеу нәтижелері берілген. Бертран теоремасы негізінде гравитациялық (немесе кулондық) және квази серпімді табиғи центрлік күштер өрісіндегі дене қозғалысының мүмкін орбиталары зерттелді. Физикалық ғылым әдіснамасында үлкен ғылыми құндылыққа ие бола алатын виртуалды центрлік күштерді компьютерлік әдіспен зерттеу мәселесі қарастырылған.

Табиғи және виртуалды күштерді сипаттайтын физикалық шамалар арасындағы байланыс компьютерлік модельдеу арқылы тағайындалды. Өртүрлі центрлік күштер өрісінде дененің траекториясын табу үшін қажетті компьютерлік бағдарламалар Mathcad қолданбалы программалар пакеті ортасында жасалды. Жүргізілген компьютерлік эксперименттің нәтижесінде Бертран теоремасы дәлелденді. Кейбір алғашқы шарттар орындалған жағдайларда дененің түйық траектория бойымен гравитациялық күш өрісінде және квази серпімді күш өрісінде қозғала алатындығы дәлелденді. Екі жағдайда да дене конустық қима түріндегі қисықтармен қозғалады. Конустық қималарға эллипс, шенбер, парабола мен гипербола қисықтары жатады. Демек, Бертран теоремасы бойынша табиғи центрлік күш өрісінде қозғалаған кез келген дене аталған траекториялардың бірімен қозғалады. Виртуалды күштер өрісіндегі денелердің қозғалысын компьютерлік модельдеу кезінде бастапқы жағдайларға байланысты өртүрлі траекториялар алынды.

Түйін сөздер: центрлік күш өрісі, табиғи және виртуалды күштер, Бертран теоремасы, конустық қима, түйық траектория, Mathcad пакеті, компьютерлік модельдеу, компьютерлік эксперимент, полярлық координаталық жүйе.

Zh.O. Akhataeva¹, K.O. Shakerkhan¹, A.O. Kerimbaev², B.A. Mukushev²

¹ Kazakh Humanitarian Law Innovative University, Semey, Kazakhstan

² S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Computer simulation of body motion under the action of Central attraction

Abstract. The article analyzes natural and virtual Central forces. There are presented results of the study of body motion in the field of these forces are presented. These results were obtained through computer experiments. Possible orbits of a body's motion in the field of Central forces of gravitational (or Coulomb) and quasi-elastic nature are studied on the basis of Bertrand's theorem. Authors consider virtual Central forces. The study of these forces is of great scientific value in the methodology of physical science.

The study of natural and virtual forces was carried out using computer modeling. Computer programs were compiled using the Mathcad application package. Using the Mathcad package, the trajectories of the body in the field of various Central forces were determined. The results of the conducted computational experiment was to prove the theorem of Bertrand. Under certain initial conditions, a body can move along a closed trajectory in two cases: in the field of gravitational force and in the field of quasi-elastic force. In both cases, the body moves along the path of an ellipse, circle, parabola, and hyperbola. When computer modeling the motion of bodies in the field of virtual forces, different trajectories were obtained depending on the initial conditions.

Keywords: central force field, natural and virtual forces, Bertrand's theorem, conic section, open trajectory, Mathcad, computer modeling, computational experiments, polar coordinate system.

References

- 1 Sivukhin D. V. Obshchij kurs fiziki. T.1. Mekhanika [General course of physics, Vol. 1. Mechanics] (Moscow: Nauka, 1989, 687 p.). [in Russian]
- 2 Umnov A.M., Turikov V.A., Muratov M.N., Skovoroda A.S. Sovremennye metody vychislitel'nogo eksperimenta v prikladnoj fizike. Ucheb. posobie [Modern methods of computational experiment in applied physics. Textbook] (Moscow: RUDN, 2008, 248 p.). [in Russian]
- 3 Duboshin G.N. Nebesnaya mekhanika: Analiticheskie i kachestvennye metody [Celestial mechanics: Analytical and qualitative methods] (Moscow: Nauka, 1964, 540 p.). [in Russian]
- 4 Lukyanov L.G., Shirmin G.I. Lekcii po nebesnoj mekhanike [Lectures on celestial mechanics] (Almaty, 2009, 227 p.). [in Russian]
- 5 Vorovich I.I. Lekcii po dinamike N'yutona. Sovremennij vzglyad na mekhaniku N'yutona i ee razvitie [Lectures on Newtonian dynamics. Modern view of Newtonian mechanics and its development. In 2 hours 2] (Moscow: Fizmatlit, 2010, 604 p.). [in Russian]
- 6 Oshkov B. MathCAD 14 dlya studentov, inzhenerov i konstruktorov [MathCAD 14 for students, engineers and designers] (Saint Petersburg, 2007, 370 p.). [in Russian]

Сведения об авторах:

Ахатаева Ж.О. - **основной автор**, докторант кафедры «Информатика» Казахского гуманитарно-юридического инновационного университета, Семей, ул. Ленина, 11, Казахстан.

Шакерхан К.О. - докторант кафедры «Информатика» Казахского гуманитарно-юридического инновационного университета, ул. Ленина, 11, Семей, Казахстан.

Керимбаев А.О. - докторант кафедры КТиПО Агротехнического университета им. С.Сейфуллина, пр. Победы, 62, Нур-Султан, Казахстан.

Мукушев Б.А. - профессор кафедры «Профессиональное образование» Агротехнического университета им. С.Сейфуллина, пр. Победы, 62, Нур-Султан, Казахстан.

Akhataeva Zh. O. - **The main author**, doctoral student of the Department of Informatics of the Kazakh humanitarian and law innovative University, Lenin street, 11, Semey, Kazakhstan.

Shakerkhan K. O. - doctoral student of the Department of Informatics of the Kazakh humanitarian and law innovative University, Lenin street, 11, Semey, Kazakhstan.

Kerimbayev A. O. - doctoral student of the S. Seifullin Agro Technical University, Pobedy Avenue, 62, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Mukushev B. A. - Professor of the "Professional education" Department of S. Agro Technical University, Pobedy Avenue, 62, Nur-Sultan, Kazakhstan.